Рецензия 3 на статью Н. Х. Касымова
"Вычислимо отделимые нумерации локально финитно отделимых алгебр".

В рецензируемой работе исследуются вычислимо отделимые нумерации универсальных алгебр, обладающих свойством локально финитной отделимости.

После повторного рецензирования текст статьи нуждается в некоторых исправлениях. Предлагаю переработать статью, после чего продолжить рецензирование.

Основные замечания:

1. Стр. 157, строка 8 доказательства предложения 3.3. Определенное таким образом отношение $\alpha_{\langle m,n\rangle}$ не является отношением эквивалентности, так как не транзитивно. Если добавить транзитивность, то оно не будет иметь ровно два смежных класса, как это необходимо в доказательстве. Возможно, имелось ввиду $\{\langle x, y\rangle \,| g(a_m, a_n, x) = g(a_m, a_n, y)\}$.

2. Стр.159, строка 19. "Индекс η^* необходимо бесконечен" — непонятно, почему это так.

3. Стр. 168, доказательство леммы 4.2.2. Для того, чтобы $tr(\eta) = \alpha$ необходимо, чтобы пара (a, b), найденная на шаге $s + 1$ удовлетворяла еще одному дополнительному условию: $a = a_{l(b)}$ такому, что $a_{l(b)} < b < a_{l(b)+1}$ (то есть a — ближайший меньший b элемент из множества α). Так как если это не выполняется, то эквивалентность η_{s+1} "склеит" пары $\langle a, b\rangle$, $\left\langle a_{l(b)}, b\right\rangle$, и, следовательно и $\left\langle a, a_{l(b)}\right\rangle$, и в этом случае $a_{l(b)}$ не попадет в характеристическую трансверсаль эквивалентности η.

   При этом, если данное условие добавить, то существование пары $\langle a, b\rangle$, необходимой для выполнения шага $s + 1$ остается под вопросом, так как для каждого множества α существует элиминируемая эквивалентность, для которой нет ни одной пары $\langle a, b\rangle$ с требуемыми свойствами: $W_\alpha = \{\langle x, y\rangle \,| x, y \in [a_l, a_{l+1})$ для некоторого$l \in \omega\}$.

   Возможно, доказательство можно спасти, если не добавлять пару $\left\langle a_{l(b)}, b\right\rangle$ в эквивалентность η_{s+1}.

Прочие замечания:

4. Стр. 147, строка 18. Непонятно, почему написано $\{x|x \in A\}$ вместо A.
5. Стр. 151, строка перед замечанием 1.8. По всей видимости должно быть "$a_1 \in \nu S$" вместо "$a_1 \in S$".
6. Стр. 157, строка 12 доказательства предложения 3.3. Фраза "(для всех $m \neq n$)" по всей видимости должна быть в индексе пересечения в предыдущей строке.
7. Стр. 160, строка 1. "теорема Деккера, которая утверждает..." — теорема Деккера действительно утверждает, что $B = \omega \backslash M_f$ гиперпросто, но ничего не готовится о том, что M_f — регрессивно, хотя это несложно показать. Если доказательство этого факта содержится в более ранних работах автора, необходимо дать ссылку, или вставить фразу типа "Заметим, что множество M_f"из теоремы Деккера является регрессивным.
8. Стр.161, строка 19. Нужна запятая после "n".
9. Стр. 167, строка 5 доказательства теоремы 4.2. "так и все ее факторы" — непонятно, какие факторы имеются ввиду и в каком месте доказательства это требуется.

Пожелания:

10. Стр. 155, предложение 2.11. Предлагаю заменить "не является равномерной" на "не является равномерно вычислимо отделимой" подобно тому, как это сформулировано в предложении 2.12, чтобы формулировка этого утверждения была полноценной.
11. Стр. 155, предложение 2.12. Используется понятие регрессивного множества, определение которого вводится позже. Раз это определение присутствует в статье, имеет смысл поставить его до этого.
12. Стр. 160, доказательсво леммы 3.6.1. Было бы удобнее для понимания поменять местами обозначения σ_k и σ_k^*, так как в данной момент σ_k имеет отношение к β^*, а σ_k^* к β.

13. Стр. 167, первая строка шага $s+1$. Необходимо заменить “Выберем в W_s такую пару различных по модулю W_s элементов” на “Выберем такую пару различных по модулю W_s элементов” так как W_s — это эквивалентность, и ее элементами являются пары *одинаковых* по модулю W_s элементов.

Рецензент благодарит автора за качественную и быструю переработку статьи после предыдущий рецензии. Все исправления приняты (кроме тех, которые упомянуты в замечаниях). На данном этапе рецензирования удалось дочитать работу до конца, поэтому надеюсь, что этот процесс скоро придет к своему завершению.

Рецензент
8 сентября 2023