

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

---

*Том 16, стр. 144–144 (2019)*  
DOI 10.33048/semi.2019.16.xxxУДК 519.214  
MSC 60F05О ПРЕДЕЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ СУММ СЛУЧАЙНЫХ  
ВЕЛИЧИН СТАЦИОНАРНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

С.В. ЧЕБОТАРЕВ

**ABSTRACT.** We consider some properties of limit distributions of sums of random variables of stationary sequences. We obtained conditions for the normality of the limit distribution without using the concepts of weak dependence and mixing.

**Keywords:** stationary sequences of random variables, limit distributions of sums of stationary sequences, normality of the limit distribution.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема предельного распределения сумм зависимых случайных величин в том числе и стационарных в узком смысле последовательностей обсуждается в литературе начиная с начала прошлого века. Одной из первых работ посвященной этой тематике является работа Бернштейна [1]. Большое внимание решению этой проблемы уделяется в работе Ибрагимова, Линника [2]. Более поздние работы в этой области, такие как [3] - [5] показывают актуальность этой проблемы и в наши дни. В этой статье предпринята попытка пополнить существующие результаты, отказавшись от использования понятия слабой сходимости и понятия перемешивания. Результат базируется на использовании полученных автором результатах из [6],[7] применительно к случаю стационарных в узком смысле последовательностей.

## 2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ.

Рассмотрим последовательности центрированных абсолютно непрерывных случайных величин  $\xi_{(n)} = (\xi_t)_{t \in I_n}$ , где  $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$ . По аналогии с [6],[7]

---

CHEBOTAREV, S.V., ON THE LIMIT DISTRIBUTION OF SUMS OF RANDOM VARIABLES OF STATIONARY SEQUENCES.

© 2022 ЧЕБОТАРЕВ С.В.

Поступила 1 января 2015 г., опубликована 31 декабря 2015 г.

обозначим через  $v_I = v_I(\xi_{(n)})$  начальный смешанный момент  $m$  случайных величин  $\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_m}$  порядка  $|I| = m$ :

$$v_I(\xi_{(n)}) = m_{1, \dots, 1}(\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_m}) = \mathbf{M}(\xi_{t_1})^1 \cdots (\xi_{t_m})^1.$$

Введем в рассмотрение суммарный смешанный момент порядка  $m$ :

$$v_m(\xi_{(n)}) = \sum_{|I|=m} v_I(\xi_{(n)}), \quad \forall m = 1, \dots, n, \text{ причем при } m = 0, \text{ положим } v_0 = 1,$$

а также усредненный смешанный момент порядка  $m$ :

$$\ddot{v}_m(\xi_{(n)}) = \frac{v_m(\xi_{(n)})}{\sqrt{C_n^m}}, \quad \forall m = 1, \dots, n.$$

Обозначим также  $sv_m(\xi_{(n)}) = \sum_{|I|=m} |v_I(\xi_{(n)})|$  и  $s\ddot{v}_m(\xi_{(n)}) = \frac{sv_m(\xi_{(n)})}{\sqrt{C_n^m}} \quad \forall m = 1, \dots, n.$

Для рассматриваемых последовательностей в [7] получено выражение для плотности предельного распределения сумм этих случайных величин. Воспользуемся этими результатами при изучении предельных свойств распределения конечных сумм случайных величин стационарной в узком смысле последовательности  $\xi_{(n)} = (\xi_t)_{t \in I_n}$ , где  $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$ . Обозначим

$$R_n(\xi_{t_1}, k_1, k_2, \dots, k_{m-1}) = \mathbf{M}\xi_{t_1}\xi_{t_2} \cdots \xi_{t_m},$$

где

$$(1) \quad I = \{t_1, t_2, \dots, t_m\} \in I_n, \text{ а } t_2 - t_1 = k_1, t_3 - t_2 = k_2, \dots, t_m - t_{m-1} = k_{m-1}.$$

Известно, что для стационарных последовательностей эта величина не зависит от  $\xi_{t_i}$ , то есть

$$R_n(\xi_{t_1}, k_1, k_2, \dots, k_{m-1}) = R_n(k_1, k_2, \dots, k_{m-1}) = v_I, \text{ где } I = \{t_1 = 1, t_2, \dots, t_m\}.$$

В нашем случае

$$v_I(\xi_{(n)}) = \int \int \dots \int_{x_1 \ x_{t_2} \ x_{t_m}} x_1 x_{t_2} \cdots x_{t_m} \mathbf{P}(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_m}) dx_1 dx_{t_2} \cdots dx_{t_m}.$$

Положим  $k^r = k_1 + \dots + k_r$ . Докажем для стационарной в узком смысле последовательности следующее утверждение:

**Теорема 1.** Пусть дана конечная центрированная стационарная в узком смысле последовательность  $\xi_{(n)} = (\xi_t)_{t \in I_n}$ , заданная на вероятностном пространстве  $(\Omega_{I_n}, \mathfrak{A}_{I_n}, \mathbf{P}_{\xi_{I_n}})$ . Тогда для  $2 \leq m \leq n$  справедливы соотношения

$$(2) \quad v_m(\xi_{(n)}) = \sum_{k_1=1}^{n-m+1} \cdots \sum_{k_i=1}^{n-k^{i-1}-m+i} \cdots \sum_{k_{m-1}=1}^{n-k^{m-2}-1} (n-k^{m-1}) R_n(k_1, k_2, \dots, k_{m-1}).$$

*Доказательство.* Действительно, при фиксированных значениях  $k_1, k_2, \dots, k_{m-1}$  мы имеем ровно  $n - k^{m-1}$  наборов переменных, которые определяют коэффициент при  $R(k_1, k_2, \dots, k_{m-1})$  в выражении (2). А именно, набор индексов  $\{t_1, t_1 + k_1, t_1 + k_1 + k_2, \dots, t_1 + k_1 + k_2 + \dots + k_{m-1}\}$  можно сдвигать на единицу от  $t_1 = 1$  до  $t_1 + k_1 + k_2 + \dots + k_{m-1} = n$ , то есть  $n - k^{m-1}$  раз. При этом диапазон для каждой переменной  $k_1, k_2, \dots, k_{m-1}$  меняется от единицы

до  $n - k^{i-1} - 1 - (m - 1 - i) = n - k^{i-1} - m + i$  с учетом уже фиксированных значений предыдущих переменных и минимально возможных значений последующих.  $\square$

Учитывая, что

$$C_n^m = \frac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{m!} \text{ и } \ddot{v}_m(\xi_{(n)}) = \frac{v_m(\xi_{(n)})}{\sqrt{C_n^m}},$$

имеем

$$(3) \quad \ddot{v}_m(\xi_{(n)}) = \sqrt{m!} \frac{\sum_{k_1=1}^{n-m+1} \dots \sum_{k_i=1}^{n-k^{i-1}-m+i} \dots \sum_{k_{m-1}=1}^{n-k^{m-2}-1} (n-k^{m-1}) R_n(k_1, k_2, \dots, k_{m-1})}{\sqrt{n(n-1)\dots(n-m+1)}}$$

Рассмотрим бесконечные стационарные последовательности. Для них, если существуют предельные величины, имеем

$$(4) \quad R(k_1, k_2, \dots, k_{m-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n(k_1, k_2, \dots, k_{m-1}).$$

и

$$(5) \quad \ddot{v}_m(\xi) = \lim_{n \rightarrow \infty} \ddot{v}_m(\xi_{(n)}).$$

В этом случае справедливо следующее утверждение:

**Теорема 2.** Пусть дана центрированная стационарная в узком смысле последовательность  $\xi = (\xi_t)_{t \in I}$ , где  $I = \{1, 2, \dots\}$ , заданная на вероятностном пространстве  $(\Omega_I, \mathfrak{A}_I, \mathbf{P}_{\xi_I})$  и для этой последовательности существует нетривиальный слабый предел сумм  $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \xi_i$ . Тогда  $\forall m \geq 2$  имеет место следующее соотношение:

$$(6) \quad \ddot{v}_m(\xi) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{m!}{n^m}} \sum_{k_1=1}^{n-m+1} \dots \sum_{k_i=1}^{n-k^{i-1}-m+i} \dots \sum_{k_{m-1}=1}^{n-k^{m-2}-1} R(k_1, \dots, k_i, \dots, k_{m-1}),$$

где  $k^r = k_1 + \dots + k_r$ .

*Доказательство.* Соотношение (6) сразу следует из (3) и (5) с учетом того, что

$$(7) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-1)\dots(n-m+1)}{n^m} = 1$$

в предположение, что предел (5) существует, что, в свою очередь, следует из условий теоремы.  $\square$

Обозначим условное математическое ожидание случайной величины  $\xi_{t_m}$  при условии, что  $\xi_1 = x_1, \xi_{t_2} = x_{t_2}, \dots, \xi_{t_{m-1}} = x_{t_{m-1}}$ , где  $(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})$  - произвольный вектор в  $\mathbb{R}^{m-1} = \mathbb{R}_1 \times \mathbb{R}_{t_2} \times \dots \times \mathbb{R}_{t_{m-1}}$  (в дальнейшем, если набор координат вектора не указан, то мы предполагаем, что данное соотношение справедливо для любого допустимого набора  $m-1$  координат из  $\mathbb{R}^n$ ):

$$\mathbf{M}(\xi_{t_m} | \xi_1 = x_1, \xi_{t_2} = x_{t_2}, \dots, \xi_{t_{m-1}} = x_{t_{m-1}}) = \int_{x_{t_m}} x_{t_m} \frac{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_m})}{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})} dx_{t_m}.$$

И рассмотрим функцию

$$K_n(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t_m=t_{m-1}+1}^n \mathbf{M}(\xi_{t_m} | \xi_1 = x_1, \xi_{t_2} = x_{t_2}, \dots, \xi_{t_{m-1}} = x_{t_{m-1}}).$$

В дальнейшем, в предположении что область значений функции

$$K_n((x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})) \in (M^-, M^+), \forall (x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}}) \in \mathbb{R}^{m-1} \subset \mathbb{R}^n.$$

где

$$M^- = \inf_{(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}}) \in \mathbb{R}^{m-1}} \{K_n(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})\},$$

$$M^+ = \sup_{(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}}) \in \mathbb{R}^{m-1}} \{K_n(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})\}$$

мы будем пользоваться тем свойством, что существует такое число  $K_n^*(1, t_2, \dots, t_{m-1})$  в области значений этой функции, что справедливо

$$\begin{aligned} & \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} \dots \int_{x_{t_{m-1}}} x_1, \dots, x_{t_{m-1}} \mathbf{P}(x_1, \dots, x_{t_{m-1}}) K_n(x_1, \dots, x_{t_{m-1}}) dx_1 \dots dx_{t_{m-1}} = \\ & = K_n^*(1, t_2, \dots, t_{m-1}) \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} \dots \int_{x_{t_{m-1}}} x_1, \dots, x_{t_{m-1}} \mathbf{P}(x_1, \dots, x_{t_{m-1}}) dx_1 \dots dx_{t_{m-1}}, \end{aligned}$$

Это справедливо из того, что существуют и конечны оба интеграла. Первый интеграл – суть слагаемое из  $v_m(\xi_{(n)})$ , а второй – суть  $v_I(\xi_{(n)})$ , где  $I = \{1, \dots, t_{m-1}\}$ . в предположении, что

$$\int_{x_1} \int_{x_{t_2}} \dots \int_{x_{t_{m-1}}} x_1, \dots, x_{t_{m-1}} \mathbf{P}(x_1, \dots, x_{t_{m-1}}) dx_1 \dots dx_{t_{m-1}} \neq 0.$$

В противном случае можно положить  $K_n^*(1, t_2, \dots, t_{m-1}) = 0$ .

### 3. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ.

Будем рассматривать центрированные стационарные в узком смысле последовательности  $\xi = (\xi_t)_{t \in I}$ , заданные на вероятностном пространстве  $(\Omega_I, \mathfrak{A}_I, \mathbf{P}_{\xi_I})$ , для которых существует нетривиальный слабый предел сумм  $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \xi_i$ . Тогда имеет место следующий результат:

**Теорема 3.** Пусть дана центрированная стационарная в узком смысле последовательность  $\xi = (\xi_t)_{t \in I}$ , заданная на вероятностном пространстве  $(\Omega_I, \mathfrak{A}_I, \mathbf{P}_{\xi_I})$  и для этой последовательности существует нетривиальный слабый предел сумм  $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \xi_i$  и  $\xi \in \Xi_0$ . Для того, чтобы предельное распределение было нормальным необходимо и достаточно чтобы

1.

$$(8) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n R(k) = 0,$$

2.  $\forall m \geq 2$  существовало бы такое число  $M_m < \infty$ , что почти для всех  $(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})$  выполняется условие

$$(9) \quad |K_n(x_1, x_{t_2}, \dots, x_{t_{m-1}})| \leq M_m |\ddot{v}_{m-1}(\xi_{(n-1)})|^{-\alpha},$$

при  $\alpha \in (0, 1)$  и  $\ddot{v}_{m-1}(\xi_{(n-1)}) \neq 0$ .

*Доказательство.* Необходимость: Пусть выполнены эти условия. Надо показать, что  $\ddot{v}_m(\xi) = 0 \quad \forall m \geq 2$ . Для  $m = 2$  это следует из (6) и (8). Рассмотрим случай, когда  $m = m_0 > 2$  при условии, что для  $m < m_0$  это выполняется. Используя соотношения (3) и (7) будем иметь

$$|\ddot{v}_m(\xi_{(n)})| \sim \left| \sqrt{\frac{m!}{n^m}} \sum_{k_1=1}^{n-m+1} \dots \sum_{k_{m-2}=1}^{n-k_1-2} \sum_{k_{m-1}=1}^{n-k_1-2} R(k_1, \dots, k_i, \dots, k_{m-1}) \right|$$

Возьмем для удобства изложения случай  $m_0 = 3$ , тогда  $\ddot{v}_3(\xi) \sim$

$$\begin{aligned} & \sim \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3!}{n^3}} \sum_{k_1=1}^{n-2} \sum_{k_2=1}^{n-k_1-1} \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} \int_{x_{t_3}} x_1 x_{t_2} x_{t_3} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, x_{t_3}) dx_{t_3} dx_{t_2} dx_1 = \\ & = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3!}{n^3}} \sum_{k_1=1}^{n-2} \sum_{k_2=1}^{n-k_1-1} \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) \int_{x_{t_3}} x_{t_3} \frac{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, x_{t_3})}{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2})} dx_{t_3} dx_{t_2} dx_1 = \\ & = \sqrt{3!} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k_1=1}^{n-2} \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k_2=1}^{n-k_1-1} \int_{x_{t_3}} x_{t_3} \frac{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, x_{t_3})}{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2})} dx_{t_3} \right) dx_{t_2} dx_1. \end{aligned}$$

Рассмотрим произвольное слагаемое

$$\begin{aligned} & \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k_2=1}^{n-k_1-1} \int_{x_{t_3}} x_{t_3} \frac{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2}, x_{t_3})}{\mathbf{p}(x_1, x_{t_2})} dx_{t_3} \right) dx_{t_2} dx_1 = \\ & = \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) K_n(x_1, x_{t_2}) dx_{t_2} dx_1. \end{aligned}$$

Имеем, что

$$\begin{aligned} & \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) K_n(x_1, x_{t_2}) dx_{t_2} dx_1 = K_n^*(1, t_2) \int_{x_1} \int_{x_{t_2}} x_1 x_{t_2} \mathbf{p}(x_1, x_{t_2}) dx_{t_2} dx_1 = \\ & = K_n^*(1, t_2) \mathbf{M} \xi_1 \xi_{t_2}. \end{aligned}$$

Откуда, просуммировав все слагаемые по  $t_2$  и умножив все части неравенства на  $\frac{\sqrt{3!}}{n}$ , получаем

$$\ddot{v}_3(\xi) \sim \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3!}}{n} \sum_{t_2=2}^{n-1} K_n^*(1, t_2) \mathbf{M} \xi_1 \xi_{t_2}$$

или

$$\begin{aligned} |\ddot{v}_3(\xi_{(n)})| & \leq \frac{\sqrt{3!}}{n} \left| \sum_{t_2=2}^{n-1} K_n^*(1, t_2) \mathbf{M} \xi_1 \xi_{t_2} \right| \leq \frac{\sqrt{3!}}{n} M_3 |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})|^{-\alpha} \left| \sum_{t_2=2}^{n-1} \mathbf{M} \xi_1 \xi_{t_2} \right| \leq \\ & \leq \sqrt{\frac{3!}{2!}} \frac{n-1}{n} M_3 |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})|^{1-\alpha} \end{aligned}$$

Откуда

$$|\ddot{v}_3(\xi)| \leq \sqrt{\frac{3!}{2!}} M_3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})|^{1-\alpha} = 0.$$

Достаточность:

Случай  $\ddot{v}_{m-1}(\xi_{(n-1)}) \neq 0$

(В случае  $\ddot{v}_{m-1}(\xi_{(n-1)}) = 0$  из (??) сразу следует  $|\ddot{v}_m(\xi)| = 0$ .)

Пусть предельное распределение нормально. Тогда, согласно следствию 1 теоремы 2 [7],  $\ddot{v}_m(\xi) = 0 \quad \forall m \geq 2$ . Отсюда сразу следует выполнение (8). Рассмотрим выполнение (9)  $\forall m \geq 2$  для  $\forall n \geq n_0$ .

Опять, из удобства изложения, рассмотрим случай  $m = 3$ :

$$\begin{aligned} |\ddot{v}_3(\xi)| &= \left| \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3!}{n^3}} \sum_{t_2=2}^{n-1} \sum_{t_3=t_2+1}^n \int_{x_1} \int_{x_2} \int_{x_3} x_1 x_2 x_3 \mathbf{p}(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 \right| = \\ &= \sqrt{3!} \left| \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t_2=2}^{n-1} \int_{x_1} \int_{x_2} x_1 x_2 \mathbf{p}(x_1, x_2) \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{t_3=t_2+1}^n \int_{x_3} x_3 \frac{\mathbf{p}(x_1, x_2, x_3)}{\mathbf{p}(x_1, x_2)} dx_3 \right) dx_1 dx_2 \right| = \\ &= \sqrt{3!} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{n} \sum_{t_2=2}^{n-1} \int_{x_1} \int_{x_2} x_1 x_2 \mathbf{p}(x_1, x_2) K_n(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \right|. \end{aligned}$$

Рассмотрим

$$\begin{aligned} |\ddot{v}_3(\xi_{(n)})| &= \sqrt{3!} \left| \frac{1}{n} \sum_{t_2=2}^{n-1} \int_{x_1} \int_{x_2} x_1 x_2 \mathbf{p}(x_1, x_2) K_n(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \right| = \\ &= \sqrt{3!} \left| \frac{1}{n} \sum_{t_2=2}^{n-1} K_n(t_2) \iint_{x_1, x_2} x_1 x_2 \mathbf{p}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \right| = \\ &= \sqrt{3!} \left( \frac{1}{n} |K_n^*(t_2)| \left| \sum_{t_2=2}^{n-1} \iint_{x_1, x_2} x_1 x_2 \mathbf{p}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \right| \right) = \\ &= \sqrt{\frac{3!}{2!}} \frac{n-1}{n} |K_n^*(t_2)| \cdot |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})| \leq \sqrt{\frac{3!}{2!}} |K_n^*(t_2)| \cdot |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})| \end{aligned}$$

Потребуем, чтобы мажорирующая последовательность  $|K_n^*(t_2)| \cdot |\ddot{v}_2(\xi_{(n-1)})|$  сходилась к нулю. Очевидно, что для этого необходимо выполнение условия (9). Но тогда тем более это условие должно выполняться при сходимости к нулю исходной последовательности  $|\ddot{v}_3(\xi_{(n)})|$ . В самом деле, если предположить, что существует такая последовательность  $|\ddot{v}_3(\xi_{(n)})|$ , у которой предел будет отличен от нуля, то получим противоречие с тем, что мажорирующая последовательность сходится к нулю. Что и требовалось доказать.  $\square$

## REFERENCES

- [1] S.N. Bernshtein, Extending the limit theorem of the theory of probability on sums of dependent variables, Uspekhi Mat. Nauk, 1944, no. 10, 65–114
- [2] I.A. Ibragimov, Yu.V. Linnik Independent and stationary random variables, Nauka, M., 1965.
- [3] S.A. Utev On the central limit theorem for  $\varphi$ -mixing arrays of random variables. - Theory Probab. Appl., 1990, v. 35, no. 1, 110 - 117.
- [4] A.G. Grin On minimal conditions of the weak dependence in limit theorems for stationary sequences. - Theory Probab. Appl., 2009, v. 54, no. 2, 344-354.
- [5] A.G. Grin On a local limit theorem for functions of dependent variables. - Mathematical Structures and Modeling. 2019. 1(49), 22-29.
- [6] S. V.Chebotarev. About limit distribution of sums of random variables. - Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2016, 1, 17-29
- [7] S. V.Chebotarev. On the limit distribution of sums of real random variables. - Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics 2017, 10(3), 310-313

SERGEY VSEVOLODOVICH CHEBOTAREV  
ALTAY STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY,  
MOLODEZNAJA ST., 55,  
656031, BARNAUL, RUSSIA  
*Email address: svcheb@gmail.com*