

Рецензия на статью

Topchii, V.A., Pertsev, N.V. Critical Multitype Branching Processes on a Graph and the Model of the HIV Infection Development.

В работе предлагается стохастическая модель развития инфекции ВИЧ-1 в организме человека и изучаются некоторые свойства этой модели.

Если рассматривать процесс развития ВИЧ-1-инфекции в относительно короткие сроки после заражения здорового человека (от нескольких дней до 3-4 недель), то основными участниками этого процесса являются зрелые вирусные частицы (вирионы) и так называемые продуктивно инфицированные клетки. Поступающие вирионы проникают в здоровые клетки-мишени и запускают процесс превращения клеток-мишеней в продуктивно инфицированные клетки.

Продуктивно инфицированные клетки производят новые вирусные частицы, которые, в свою очередь, заражают новые клетки-мишени. Каждый вирион и каждая продуктивно инфицированная клетка могут располагаться в лимфатических узлах и перемещаться между ними, а также могут погибать из-за влияния различных факторов.

Для изучения развития инфекции ВИЧ-1 в организме человека известны и используются различные математические модели, авторы приводят соответствующие ссылки. В рецензируемой работе предлагается стохастическая модель развития ВИЧ-1-инфекции в человеческом организме в виде ветвящегося процесса Крампа-Мода-Ягерса на ориентированном графе со многими типами частиц. Вершины графа соответствуют лимфатическим узлам, ориентированные ребра соответствуют лимфатическим сосудам, связывающим эти узлы.

Вводятся основные (глобальные) типы частиц: тип А (вирионы) и тип В – продуктивно инфицированные клетки. Предполагается, что частицы типов А и В могут находиться в любом из n лимфатических узлов или перемещаться между некоторыми парами лимфатических узлов в одном направлении. Система лимфатических узлов и связи между ними интерпретируется как односвязный ориентированный граф. Эволюция частиц типов А и В в каждом из n узлов и на лимфатических сосудах индивидуальна, поэтому естественно приписать каждой частице еще и свой индивидуальный подтип.

С одной стороны, весьма интересна идея использовать в качестве модели ветвящийся процесс на графе в связи с наличием хорошо разработанной теории ветвящихся процессов разного вида. С другой стороны, учет всех биологических особенностей развития данной инфекции приводит к очень сложной конструкции двумерного процесса Крампа-Мода-Ягерса с огромным количеством типов частиц. Тем не менее, для таких процессов известны асимптотические результаты о распределении числа частиц процесса при неограниченном увеличении количества n вершин графа. Эти теоремы упоминаются в статье без приведения строгих формулировок. Указывается только, что если рассматривать критический ветвящийся процесс, то указанные асимптотические результаты выражаются через собственные векторы матрицы, характеризующей средние значения числа потомков. Основная цель работы - упростить процедуру нахождения собственных векторов этой матрицы. Эта матрица в действительности представляет собой декартово произведение двух матриц, размерность каждой из которых имеет порядок n^2 .

В работе предлагается использовать некоторый более просто устроенный вспомогательный ветвящийся процесс, в котором эволюция частиц на ребрах графа перемещается на соответствующие действия на вершинах. Для этого вспомогательного процесса нужна для асимптотики матрица находится проще, ее размерность на порядок меньше. Найденные для вспомогательного процесса собственные векторы затем позволяют без труда найти собственные векторы исходного процесса.

Этот алгоритм и составляет содержание основного результата работы (теорема 1).

Работа заслуживает опубликования в журнале СЭМИ, однако предварительно следует улучшить изложение текста на английском языке и внести также некоторую стилистическую правку в соответствии со сделанными замечаниями (**см. пометки в pdf файле**).