Рецензия на статью

"THE COMPLEXITY OF QUASIVARIETY LATTICES. II"

M.V. Shcwidefsky

Работа, как отмечено самим автором, является продолжением исследования сложности строения квазимногообразий и решеток квазимногообразий, начатые в [28] (ссылки соответствуют ссылкам рассматриваемой статьи). Основными результатами работы являются: Квазимногообразие, содержащее конечный B^*-класс со свойством B^*, содержит континуум подквазимногообразий, которые не являются проконечными и a) не имеют конечно разбиваемые ω-независимые базисы квазитождеств (Теорема 9), b) имеют конечно разбиваемые ω-независимые базисы квазитождеств (Теорема 10).

Полученные в статье основные результаты обобщают соответствующие результаты для квазимногообразий с B-классами, доказанные в работах [9, 11, 12]. Поэтому идеи доказательства основных результатов, как отмечено самим автором, повторяют идеи доказательства аналогичных теорем для B-классов с соответствующей (нетривиальной) корректировкой на B^*-классы. Но это нисколько не умаляет достоинства полученных результатов, так как класс квазимногообразий с B^*-классами шире класса квазимногообразий с B-классами. Например, такие важные классы как многообразие дифференциальных группоидов и некоторые многообразия решеток содержат B^*-классы ([30]), но не содержат B-классы ([9]).

В заключение автором приводятся приложения Теорем 9 и 10 к почти ff-универсальным квазимногообразиям (Следствия 11) и, соответственно, многообразиям дифференциальных группоидов и некоторым многообразиям решеток (Следствия 12, 13).

Результаты работы считаю достаточно интересными. Приведенные доказательства полными и очень хорошо изложенными (за исключением двух моментов; см. Замечания).

Все вышесказанное позволяет мне рекомендовать работу к публикации с учетом приведенных ниже замечаний.

ЗАМЕЧАНИЯ.

1. Стр. 8, после доказательства Claim 5.

"By Claims 3 and 5, the structure $\mathcal{B} \in \mathbf{K}_I$ is not profinite with respect to $\mathbf{K}_I$. Hence, the quasivariety $\mathbf{K}_I$ is not profinite."

Я считаю, что "not profinite" следует из [12, Lemma 2]:

Лемма 2 [12]. Пусть $A = \lim \mathcal{A}$ — сюръективный обратный предел конечных систем и $\mathbf{K}$ — квазимногообразие. Если A поточечно неотделима относительно $\mathbf{K}$, то A не проконечна относительно $\mathbf{K}$. В частности, квазимногообразие $\mathbf{K}$ не является стандартным, если $A \in \mathbf{K}$.

Claim 5 означает, что $\mathcal{B}$ поточечно неотделима относительно $\mathbf{K}_I$ (см. Definition 2 [12]), a Claim 3 - $\mathcal{B} \in \mathbf{K}_I$.

Я настоятельно рекомендую автору ввести понятие "A поточечно неотделима относительно $\mathbf{K}$" и в качестве критерия нестандартности использовать Лемму 2 (тем более автор является одним из соавторов Леммы 2).

Тогда Claim 5 можно сформулировать:

Claim 5. $\mathcal{B}$ is pointwise non-separable with respect to $\mathbf{K}_I$.

Этот же критерий использовать в Теореме 10.

2. Стр. 11. Corollary 12. ...

(i) $\mathbf{M}$ has an independent quasi-equational basis relative to $\mathbf{Dm}$;

(ii) $\mathbf{M}$ has no independent quasi-equational basis relative to $\mathbf{Dm}$.

В доказательстве сказано: The desired statement follows from Theorems 9–10 and [31, Theorem 2.2].

Так как [31, Theorem 2.2] не опубликована, то мне не совсем понятно как Corollary 12 следует из Теорем 9, 10 и [31, Theorem 2.2]. Поэтому в данной ситуации считаю, что ссылаться на неопубликованный результат некорректно.

Проблему можно решить, если как в Corollary 11 написать

(i) $\mathbf{M}$ has a finitely partitionable ω-independent quasi-equational basis relative to $\mathbf{Dm}$;

(ii) $\mathbf{M}$ has no finitely partitionable ω-independent quasi-equational basis relative to $\mathbf{Dm}$.

Это действительно непосредственно следует из Теорем 9, 10.

P.S. В редакции автора Corollary 12 звучит интереснее.