

Рецензия  
на статью Н.Д.Зюляркиной и Т.Г.Ножкиной

**«Элементарные абелевы TI-подгруппы порядка 4 в линейных группах»**

Рецензируемая работа посвящена интересной тематике, связанной с TI-подгруппами конечных групп и восходящей к классическим работам Бендера, Сузуки, Фишера, Тиммесфельда и др. участников классификации конечных простых групп. Непосредственный интерес к элементарным абелевым TI-подгруппам порядка 4 связан с результатами А.А.Махнёва, которые, по существу, редуцируют изучение TI-подгрупп, являющихся 2-группами, к случаю элементарных абелевых и циклических подгрупп. В работе заявлен следующий результат. Пусть  $G=XA$ , где  $X=F^*(G)$  — квазипростая группа, накрывающая  $L_n(q)$ , где  $q$  нечетно, и  $A$  — элементарная абелева TI-подгруппа порядка 4. Тогда  $F^*(G)=L_2(5)$ .

Рукопись представляет собой переработанную версию рукописи, ранее уже представленной в «Сибирские электронные математические известия». Хотя в текущей версии устранен ряд недостатков первоначального варианта, публикация этой версии представляется преждевременной по ряду причин.

Наиболее существенной кажется следующая причина. Исключительный случай  $G=F^*(G)=L_2(5)$  в основной теореме возникает из леммы 6, где рассматриваются группы  $G=XA$  с условием, что  $G$  — факторгруппа по центральной подгруппе некоторой группы, лежащей между  $SL_2(q)$  и  $GL_2(q)$ . Доказательство представляет собой на разбор двух возможных ситуаций:

- (1) все инволюции из  $A$  являются образами в  $G$  инволюций из  $GL_2(q)$ , и
- (2) некоторая инволюция из  $A$  является образом т.н. «полуинволюции типа 0».

При этом исключительный случай  $G=F^*(G)=L_2(5)$  в доказательстве леммы возникает из первой ситуации. В действительности же в группе  $L_2(5)$  все инволюции являются образами элементов порядка 4 из группы  $SL_2(5)$ , поскольку в последней единственная инволюция лежит в центре. Т.е. все элементы из группы  $A$  должны быть образами полуинволюций, и исключительный случай мог возникнуть возникнуть только при разборе второй ситуации.

Таким образом, доказательство ключевой леммы 6 не является кристально прозрачным. Рукопись по-прежнему требует существенной доработки.

Указанный пробел в рассуждениях — не единственная претензия к рукописи. Приведу лишь некоторые замечания.

Инициал Х.Бендера на стр. 1 указан неверно. Должно быть

На стр. 4 не объясняется, что такое  $\omega$ .

Случай (1) в лемме 5 также разбирается неаккуратно: элемент  $a_0$  лежит не в группе  $GL_n(q)$ , а в ее образе. Таким образом, некорректно писать, что  $a_0$  принадлежит централизатору в  $GL_n(q)$  подгрупп  $L_1$  и  $L_2$ .

На стр. 5 и 6 перед неравенством  $q \neq 3$  должно быть «или».

Выражение для централизатора в  $G$  элемента  $a_0$  в заключительной строке на стр 6 выглядит странно и сомнительно: предложенная авторами запись означает, что порядок этого централизатора равен 4. Но этот централизатор очевидно содержит циклическую подгруппу порядка  $(q-1)/2$  или  $(q+1)/2$ . Видимо, параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  должны пробегать (с ограничениями?) некоторое множество, и это следует указать внутри фигурных скобок после

вертикальной черты или двоеточия. Аналогично см. формулу для централизатора  $a_0$  на стр. 8.

Неясно, что такое  $B$  в третьей снизу строке на стр. 8.

Бросается в глаза нерегулярность в оформлении наименований списка литературы. Инициалы авторов иногда идут после фамилии, а иногда предшествуют ей. Не всегда указывается год публикации, напр. [8]. При этом почему-то указана переводная версия статьи 8, хотя явно у нее есть русскоязычный оригинал.

В работе встречаются явные опечатки. Напр., на стр. 6 опечатки «соответствуют» «инволюцияию».

Рекомендую редколлегии журнала отправить рукопись на доработку, а авторам — самим тщательно вычитать рукопись и исправить имеющиеся недостатки как математического содержания, так и оформления.

Рецензент