

Рецензия на рукопись статьи

М. В. Урева, Х. Х. Имомназарова, И. К. Искандарова,
С. Б. Куйлиева «Краевая задача для одной переопределенной
системы, возникающей в гидродинамике»,
представленной для опубликования в журнале «Сибирские
электронные математические известия»

В статье М. В. Урева, Х. Х. Имомназарова, И. К. Искандарова, С. Б. Куйлиева рассматривается краевая задача в полуплоскости \mathbb{R}_+^2 для линеаризованной стационарной системы системы уравнений двухскоростной гидродинамики с одним давлением [Доровский В.Н., Перепечко Ю.В. Теория частичного плавления // Геология и геофизика, 1989, № 9, с. 56–64] и неоднородными краевыми условиями для скоростей. Исследуются вопросы о существовании и единственности обобщенного решения краевой задачи.

Работа состоит из трех параграфов. В § 1 приводится постановка краевой задачи и делается обзор литературы по теме работы. В § 2 приводятся вспомогательные сведения, которые необходимы в процессе дальнейших исследований. В § 3 проводится анализ разрешимости краевой задачи для стационарной системы двухскоростной гидродинамики с одним давлением и неоднородными краевыми условиями для скоростей, сформулированной в § 1. В этом же параграфе приводится соответствующая формула Грина.

Замечания и вопросы:

1. Обычно в статьях, в которых доказываемое существование и единственность обобщенных решений краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными, формулируются определение обобщенного решения и основной результат работы (желательно в начале статьи). В представленной статье определение обобщенного решения и формулировку основного результата мне найти не удалось. Формулируются только вспомогательные результаты, такие как теорема 1 на стр. 11, лемма 1 на стр. 12, лемма 2 на стр. 14 и лемма 3 на стр. 15.

2. Условия, налагаемые на данные краевой задачи приходится искать по всему тексту статьи. Например, условия $\mathbf{a}_1 \in \mathbf{H}^{\frac{1}{2}}(\mathbb{R})$, $\mathbf{f} \in \mathbf{V}^{-1}(\mathbb{R}_+^2)$ приведены только на стр. 8, а условие на \mathbf{a}_2 — на стр. 12. Было бы целесообразней сформулировать условия на данные задачи уже в самом начале статьи, вместе с определением решения и основным результатом.

3. На стр. 10 в первой строке написано «В работах О.А. Ладыженской [8], [9] ...», но работа [8] написана в соавторстве с Всеволодом Алексеевичем Солонниковым. Уместней было бы написать «В работах О.А. Ладыженской, В.А. Солонникова [8], [9] ...».

4. В тексте статьи имеются опечатки, например, на стр. 3 в последней строке.

5. Из теоремы 1 на стр. 11 следует, что существует единственное решение вспомогательной задачи. Но почему существует единственное решение исходной задачи? Обычно существование не более чем одного решения задачи доказывается следующим образом: предполагается, что существуют два решения и показывается, что их разность равна нулю (см., например, вышеупомянутую работу О.А. Ладыженской [9], стр. 54). В представленной статье я подобных рассуждений не обнаружил.

6. Не ясно в чем заключается математический результат статьи? С одной стороны нет его четкой формулировки, с другой стороны линейной заменой $\mathbf{v}_1 = \nu_1 \mathbf{u}_1 + \nu_2 \mathbf{u}_2$, $\mathbf{v}_2 = \nu_1 \mathbf{u}_1 - \nu_2 \mathbf{u}_2$ задача (1), (2) сводится к задаче

$$\Delta \mathbf{v}_1 - 2\nabla p = -2\rho \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{v}_1 = 0 \text{ в } \mathbb{R}_+^2, \quad \mathbf{v}_1|_S = \nu_1 \mathbf{a}_1(x_1) + \nu_2 \mathbf{a}_2(x_1), \quad (*)$$

$$\Delta \mathbf{v}_2 = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{v}_2 = 0 \text{ в } \mathbb{R}_+^2, \quad \mathbf{v}_2|_S = \nu_1 \mathbf{a}_1(x_1) - \nu_2 \mathbf{a}_2(x_1), \quad (**)$$

$|\mathbf{v}_i|$, $i = 1, 2$ ограничены при $|\mathbf{x}| \rightarrow +\infty$. Находим решение \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 , p задачи (*), (**), тогда решением задачи (1), (2) очевидно будет $\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2}{\nu_1}$, $\mathbf{u}_2 = \frac{\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2}{\nu_2}$, p . Задача Стокса (*) достаточно полно исследована в цитируемой авторами статьи работе [8]. Задача (**) представляет собой задачу поиска соленоидального поля, являющегося решением задачи Дирихле для уравнения Лапласа в полуплоскости \mathbb{R}_+^2 .

Вывод о возможности опубликования статьи М. В. Урева, Х. Х. Имомназарова, И. К. Искандарова, С. Б. Куйлиева «Краевая задача для одной переопределенной системы, возникающей в гидродинамике» в журнале «Сибирские электронные математические известия» можно будет сделать после ответов на сформулированные выше вопросы.

Рецензент