

## Рецензия на статью

### О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ COVID-19

О.И. КРИВОРОТЬКО, С.И. КАБАНИХИН

#### Замечания по содержанию статьи

**1.** На Рис. 1 в разделе «Модели машинного обучения» упоминаются только байесовские сети и нейронные сети. Однако классические методы машинного обучения, прежде всего, случайный лес и методы градиентного бустинга активно применяются для решения задачи прогнозирования. Нередко эти методы предлагают самое точное решение задачи прогнозирования временных рядов (например, <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.11.007> или <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.10.004>).

Также на схеме нет гибридных подходов, которые сочетают в себе методы из разных веток схемы. Например, ARIMA + экспоненциальное сглаживание + градиентный бустинг. Комбинированные модели для построения прогнозов на основе различных подходов активно используются и развиваются.

**2.** При написании раздела 2 стоит обратить внимание на обзор по теме «Прогнозирование временных рядов» <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.11.001> опубликованный летом 2022 года. В этом обзоре есть раздел 3.6.2 «Epidemics and pandemics». Также стоит обратить внимание на Special Section on Epidemics and forecasting with focus on COVID-19 в International Journal of Forecasting, Vol. 38, Issue 2, pages 407-612 <https://www.sciencedirect.com/journal/international-journal-of-forecasting/vol/38/issue/2>

**3.** Терминология прямой и обратной задачи для раздела 2 является непривычной. Такая терминология является понятной для других моделей, описанных в статье позже, но в разделе 2 она вносит путаницу. Для моделей из раздела 2 основной и единственной задачей является построение прогнозов (решение задачи интерполяции или экстраполяции). Рассматривается задача анализа модели или исследование её свойств в зависимости от значений параметров. Эти результаты обычно формулируются в виде утверждений, а термин «прямая задача» не используется.

**4.** На странице 147 обсуждается абстрактная модель SARIMA. Но здесь же появляются упоминания о том, что данные являются ежедневными, а сезонная компонента имеет период 7. В статье во всех разделах 3-6 рассматриваются общие модели и подходы. В разделе 7 эти подходы применяются к конкретным данным. Однако в разделе 2 начиная со страницы 148 приведены результаты численных расчетов, что выбивается из общей схемы статьи. При чем при описании модели приходится забежать вперед и использовать модели о которых речь еще не шла. Мне кажется, что часть, связанную с применением моделей лучше перенести в начало раздела 7.

5. На рис. 2 представлены результаты прогнозирования с помощью разных моделей, но описания этих моделей нет:

а) машинное обучение линейной регрессии — нет описания регрессоров, которые использовались в этой модели;

б) SARIMA — не указаны порядки модели и оценки параметров;

в) модель Хольта-Винтерса — аддитивная или мультипликативная модель, нет оценок параметров.

6. Первый абзац раздела 2.4. Не понятно что значит **высокочастотный** шум.

7. Раздел 3.3.  $u(x,t)$  — вектор плотности распределения ... Если это вектор, то что значит неравенство  $0 < u(x,t) < 1$ . Переменная  $x$  описана нечетко. Ограничение сверху на значение  $u(x,t)$  не совсем очевидно, если это значение плотности распределения, то почему оно должно быть меньше 1?

8. В статье, начиная с раздела 3 для упрощения записи у многих функций опущены аргументы. Например, в уравнении (3) у функции  $u(x,t)$ . Мне кажется, это только затрудняет понимание. В статье вроде нет настолько сложных выражений, чтобы для их упрощения опускать аргументы у функций.

9. Система уравнений (7): нет пояснений для функций  $g_j(x, y)$ .

10. Функция  $\tilde{a}(t)$  используется в системе уравнений (8), а пояснение относительно этой функции даётся существенно позже, в самом конце страницы 162. Лучше это пояснение дать сразу после (8).

11. В (8) вероятности  $\beta$  и  $\mu$  являются функциями времени  $\beta(t)$  и  $\mu(t)$ , в пояснении эта зависимость опущена. Мне кажется, что разница слишком важна, чтобы можно было где-то вместо функций писать константу.

12. В Таблице 1 часть параметров из функций времени превратилась в константы, что вносит путаницу. Фактически это повторение общего замечания 8.

13. Численность населения  $N$  в таблице 1 является начальным значением или предполагается неизменным? Если это константа, то это кажется сильным упрощением.

14. Таблица 1 частично привязана к конкретным данным Новосибирской области. Раздел 3 является обзорным, мне кажется, что конкретные цифры для этих моделей более уместны в разделе 7.

15. Лемма 1. В случае **постоянных параметров** модели (8)... Всех параметров? Здесь лучше перечислить эти параметры в явном виде: пусть параметры ... не зависят от времени и т.д.

- 16.** Рис. 10. Не совсем понятно с вероятностями перехода в возможные состояния. Их сумма должна быть равна 1? Если да, то на схеме из Вершины (E) сумма не равна 1.
- 17.** Уравнение (19). Для обозначения  $\Gamma_{\Omega}$  нет пояснений.
- 18.** стр. 179, в пунктах 1.2–1.4 численного решения задачи упоминаются нейронные сети. Это слишком общие слова, какой тип нейронной сети, какой размер?
- 19.** Ранее в тексте статьи это уже упоминалось, но и на стр. 179–180 написано, что прогноз на 7 дней строится по 30 дневному интервалу. Почему именно 30 дней? Это оптимальный размер предыстории?
- 20.** Почему в 6.2.1 используется квадратичный функционал (29), а в 6.2.2 уже ошибки по модулю, выражение (30)?
- 21.** стр. 181, пункт алгоритма 5.1. Что варьируется для получения разных решений прямой задачи с помощью метода Монте-Карло?
- 22.** Название раздела 7 «Заключение» кажется опечаткой. Более содержательное название было бы лучше.
- 23.** стр. 184-185: Прогноз на 40 дней, но «Результат прогнозирования был сравнен с реальными данными 08.11.2021: ...» То есть сравнение только с одним днём и оценка точности алгоритмов делается по одной точке?

#### Редакционные замечания

1. Нумерация этапов прогнозирования временного ряда на стр. 148 совпадает по обозначению с нумерацией формул, лучше использовать другой тип нумерации.
2. Термин «Искусственные нейронный сети» в настоящее время является устаревшим и мало используется. Обычно пишут просто «нейронные сети» или «глубокое обучение», подчеркивая то, что современные нейронные сети состоят из большого числа слоев и нейронов.
3. В модели ARIMA(p,d,q) на стр. 147 белый шум обозначен разными буквами  $\epsilon$  и  $\varepsilon$ .
4. В выражениях (29), (30) слагаемые под знаком суммы нужно заключить в скобки  $\sum[\dots]$ .

Статья представляет собой большой интерес и как обзорная, и как прикладная работа.

Замечания носят в основном рекомендательный характер или связаны с необходимостью дополнительных пояснений по некоторым моментам. Считаю, что статья может быть опубликована в журнале «Сибирские электронные математические известия» после небольшой доработки, с учетом сделанных замечаний.