

РЕЦЕНЗИЯ на статью А.С.Попова
“Cubature formulas on the sphere that are invariant under the cyclic
rotation groups C_{kh} ” (8 стр).

В статье рассматривается задача приближенного интегрирования по сфере в трехмерном пространстве. Автор строит кубатурные формулы, точно интегрирующие все полиномы вплоть до заданного порядка n и инвариантные относительно циклической группы вращений сферы. Построения такого рода принято разбивать на два последовательных шага. Сначала выбирается множество неизвестных параметров формулы, в качестве которых обычно выступают ее узлы и коэффициенты (веса), причем узлы формулы наперед задаются как точки сферы с частично неопределенными координатами. Затем формируется система нелинейных алгебраических уравнений, выполнение которой необходимо и достаточно для точности формулы на всех полиномах до вышеупомянутого порядка n . Надо отметить, что аккуратное выписывание уравнений такой “сопутствующей” системы — занятие весьма трудоемкое. При этом ее (системы) размеры удается значительно уменьшить благодаря специальным приемам, существенно использующим инвариантность кубатурной формулы относительно какой-нибудь конечной группы вращений.

Второй шаг в построении инвариантной кубатурной формулы с нужным свойством точности на полиномах до заданного порядка состоит в решении найденной на первом шаге системы уравнений, нелинейных относительно узлов формулы. Здесь, собственно, и начинаются основные трудности. Большинство современных исследователей, занимающихся построением алгебраически точных формул на сфере, решают сопутствующие задаче нелинейные системы аналитически. Получающиеся в результате выражения для коэффициентов и узлов кубатурных формул довольно громоздки и, как правило, иррациональны.

Автор статьи занимается указанным кругом задач в течение многих лет (см. работы [2–10]), используя для решения сопутствующих систем нелинейных уравнений вычислительные алгоритмы. Рецензируемая статья не является исключением и ее основной результат оформлен в виде двух таблиц, в которых искомые веса и узлы сферических кубатурных формул приведены в виде чисел с 16 знаками после запятой.

Считаю, что статья содержит новые и интересные вычислительные результаты и рекомендую ее к опубликованию в журнале «Сибирские электронные математические известия».