

Рецензия на статью А.В.Ильева
«Исследование систем уравнений над различными классами
конечных матроидов»

Статья посвящена изучению вычислительной сложности проблемы разрешимости систем уравнений над некоторыми классами конечных графов и матроидов. Эта тематика возникла в форватере исследований по так называемой универсальной алгебраической геометрии, развиваемой в научной школе В.Н.Ремесленникова. В рамках этого подхода понятия и проблематика классической алгебраической геометрии над полями вещественных и комплексных чисел переносятся на произвольные алгебраические системы, в том числе на группы, полугруппы, графы, матроиды и т.д. Очень интересными, как с теоретической, так и с практической точки зрения, являются вопросы о вычислительной сложности возникающих при этом алгоритмических проблем.

Основными результатами данной работы является доказательство

1. NP-полноты проблемы совместности систем уравнений над конечным полным p -дольным графом при $p \geq 3$.
2. NP-полноты проблемы совместности систем уравнений над конечным матроидом ранга $\leq k$ при $k \geq 2$.
3. NP-полноты проблемы совместности систем уравнений над конечным k -однородным матроидом при $k \geq 2$.
4. NP-полноты проблемы совместности систем уравнений над конечным матроидом разбиения ранга $\leq k$ при $k \geq 3$.
5. Полиномиальная разрешимость проблемы совместности систем уравнений над конечным матроидом разбиения ранга ≤ 2 .

Статья написана ясно, четко, доказательства полны и понятны. Полученные результаты представляют научный интерес.

Список замечаний и пожеланий по улучшению текста:

1. Стр. 144, во Введении упоминание арифметики Пресбургера неуместно, так как это, вообще говоря, не есть проблема разрешимости систем уравнений. Это более общая проблема разрешимости элементарной теории натуральных чисел со сложением.
2. Стр. 151, в доказательстве Теоремы 9 упоминается результат работы [10] о полиномиальной разрешимости проблемы совместности систем уравнений над конечными полными двудольными графами. Неплохо было бы упомянуть о нем после доказательства теоремы 3 о том, что эта проблема NP-полна для полных p -дольных графов при $p \geq 3$. Потому что возникает естественный вопрос: а что для двудольных графов?

3. Вообще в работе слишком много теорем: их целых 9 штук! Обычно теоремы соответствуют основным результатам, заявляемым в статье. Например, теоремы 1, 2, 4, 7 являются вспомогательными утверждениями и их можно переименовать в леммы.
4. Стр. 144-145, во Введении при перечислении ранее полученных результатов присутствует некоторая дискриминация: упоминаются фамилии автора (неоднократно) и его соавторов, и в то же время результаты других сопровождаются лишь ссылкой на соответствующую работу из списка литературы, без упоминания фамилий. Это, например, относится к Ю.В.Матияевичу, С.Куку и др. Надо тогда либо всех упоминать по ФИО, либо никого. Так будет справедливо.
5. Еще во Введении часто автор использует обороты типа «...рассмотрены в статье [8]...» или «В работе [10]...». В математических текстах принято опускать слова «статья» или «работа» и писать просто «...рассмотрены в [8]...» или «В [10]...».

Статья рекомендуется к публикации в журнале «Сибирские электронные математические известия». Повторного рецензирования не требуется.

10.11.22

Рецензент.