

Отзыв на статью И.А.Проскурнина “Минимальные деформации полуоднородных векторных полей”, представленную в журнал “Сибирские электронные математические Известия”.

В статье рассматривается задача построения деформации особых точек вещественных векторных полей с минимально разрешенным топологией количеством невырожденных особых точек. Таким минимально разрешенным количеством является (считается?) модуль индекса особой точки. Для векторных полей эта постановка является новой в следующем смысле. В качестве деформации может рассматриваться либо близкое (в каком-либо смысле) векторное поле, либо элемент гладкого (или аналитического) ростка семейства векторных полей, совпадающее с данным при нулевом значении параметра. Соответствующие две постановки различны (или, как минимум, на данный момент неясно, эквивалентны ли они). В первой постановке задача уже рассматривалась и была решена в некоторых случаях, во второй она пока вно не формулировалась. (Конечно, постановка задачи инспирирована аналогичной задачей для ростков функций (или градиентных векторных полей), сформулированной (в контексте существования семейства, в случае нулевого индекса) Б.Тесье в начале девяностых годов. (В виде вопроса о существовании близкой функции она тоже рассматривалась ранее. Задача для ростков функций тоже решена в очень ограниченном классе функций.) В работе даётся положительное решение для некоторого класса векторных полей на плоскости, так называемых полуоднородных. Мне представляется, что как постановка, так и (частичное) решение представляют интерес для специалистов и заслуживают опубликования. При этом к тексту статьи имеется ряд замечаний (большинство из них - стилистические).

- 1) Страница 144 (очень удивительная нумерация для по сути препринта!), в самом низу. С.М.Гусейн-Заде решил рассматриваемую задачу только для функций двух переменных.
- 2) Страница 145, формулировка Теоремы 1, последняя строка. Между λ и $V(\lambda)$ надо вставить слово(а), например, "... ненулевых λ векторное поле $V(\lambda)$ имеет ..."
- 3) Страница 145, строка 5 раздела 2: точка в конце предложения.
- 4) Страница 145, Определение 1. В статье рассматриваются вещественные векторные поля (определённые в окрестности точки $(0,0) \in \mathbb{R}^2$, как это написано прямо перед Определением). Эдесь же рассматривается кольцо комплексно-аналитических функций. Следует либо формулировать в терминах вещественно-аналитических функций (что – то же самое), либо сказать, что рассматриваются комплексификации компонент векторного поля.
- 5) Страница 145, абзац сразу после Определения 1. Опять-таки недостаточно чётко указывается, где рассматривается (вещественное) векторное поле, а где – его комплексификация. Из-за этого фраза "Кратность равна числу невырожденных особых точек, появляющихся при деформации данной особенности" становится формально неверной.
- 6) Страница 146, Определение 4. Не f_1 и g_1 , а их ряды Тейлора.
- 7) Страница 146, второй абзац. Вторая фраза ничего не добавляет к превои. Последняя фраза содержит некоторое не слишком сложное утверждение. Однако, у некоторых читателей она может вызвать затруднение. Может можно дать ссылку? Например, нет ли его в работе [3]?
- 8) Страница 146, Лемма 1. Лемма об отборе кривых требует ссылки. Кроме того, она сформулирована в несколько нетрадиционном виде. Параметр, при котором кривая проходит

через рассматриваемую точку предполагается равным единице. Конечно, ничто не мешает ему быть равным единице, дико е, либо л, однако везде, где я её видел (и что смог найти сейчас в Интернете), это значение предполагается равным нулю (и кривая определена в окрестности нуля). Мне кажется, что использование "нетрадиционной" формулировки допустимо только при наличии существенных причин. В работе таких не наблюдается.

Позже (когда уже написал замечание 14) заметил, что и сам автор применяет (на странице 149) лемму к нулевому значению параметра. Поэтому формулировка здесь становится просто недопустимой.

9) Страница 146, Определение 6. Оно имеет смысл, только если γ – некротная ветвь кривой $\{g = 0\}$, что не сказано (а если будет просто сказано только это, то получится "масло масляное".)

10) Страница 146, второй абзац снизу. а) Заголовок (любой) книги надо писать с большой буквы. б) Крайне странно в статье, написанной по русски для русскоязычного журнала видеть ссылку не на исходное издание книги на русском языке, а на её перевод. Надо ссылаться на

Красносельский М. А. , Перов А. И. , Поволоцкий А. И. , Забрейко П. П. Векторные поля на плоскости. Гос. изд-во физико-математической лит., 1963.

(Ссылку на перевод можно использовать в переводе статьи, например, указав сначала русское издание и написав English translation: ...) Только сейчас обратил внимание на то, что это же относится к ссылкам [5] и [7] (Кроме того ссылка [7] (в том числе русскоязычная) требует указания тома.) В русскоязычной статье я бы и в ссылке [6] указывал на русский перевод.

11) Страница 146, последний абзац. Термин "невыврожденный полином" определён не был.

12) Страница 147, строка 11. Либо "их пересечения", либо "пересечения этих прямых".

13) Страница 148, конец первого абзаца. Пропущено слово "называть".

14) Страница 148, Лемма 2, пункт 2. Векторное поле имеет, вообще говоря, дискретное множество нулей. Поэтому ("при каждом λ ") ни о каких ветвях речи быть не может.

15) Раздел 4 в принципе тяжело читается. Однако у меня нет конкретных предложений по его улучшению.

16) Мне кажется, что в довольно большом количестве мест в тексте отсутствуют нужные пробелы. Впрочем, это – редакторская проблема.

Считаю, что (после учёта указанных замечаний) статья заслуживает опубликования в журнале "Сибирские электронные математические известия".