Рецензия на работу

С.А. Бадмаева, А.Е. Дугарова, И.В. Фомина, И.К. Шаранхаева

"О двух интервалах в решетке частичных ультраклонов ранга 2"

В представленной работе приведены результаты исследований класса дискретных функций, получившего название мультифункции. Областью определения мультифункции является конечное множество $\boldsymbol{A}$, а область значений — множество подмножеств этого множества. При таком расширении области значений необходимо определить понятие суперпозиции, поскольку принятое для всюду определенных функций определение суперпозиции функций в этом случае не работает. Для того чтобы суперпозиция мультифункций $f(f_1(x_1, \ldots, x_m), \ldots, f_n(x_1, \ldots, x_m))$ определяла мультифункцию $g(x_1, \ldots, x_m)$ значения мультифункции $f$ нужно доопределить на наборы с элементами, являющимися подмножествами $\boldsymbol{A}$. Известно несколько таких доопределений. В работе используется следующее.

1. На наборах, содержащих пустое множество, значение мультифункции принимается равным пустому множеству.

2. Значение $g(a_1, \ldots, a_m)$ определено как пересечение $f(b_1, \ldots, b_n)$ по всевозможным наборам $(b_1, \ldots, b_n)$, где $b_i$ есть элемент из $f_i(a_1, \ldots, a_m)$, если пересечение не пусто, и как объединение $f(b_1, \ldots, b_n)$ по всевозможным наборам $(b_1, \ldots, b_n)$, где $b_i$ есть элемент из $f_i(a_1, \ldots, a_m)$, если пересечение пусто.

После такого определения суперпозиции стандартно вводится замыкание множества мультифункций, которое порождает замкнутые классы мультифункций. Замкнутые классы мультифункций образуют решетку. Далее естественно возникают вопросы о строении этой решетки.

В работе рассматриваются мультифункции над $\boldsymbol{A} = \{0, 1\}$. Замкнутые классы мультифункций называются частичными ультраклонами ранга 2. Известно, что решетка частичных ультраклонов ранга 2 континуальна, что делает проблематичным вопрос о ее полном описании и актуализирует интерес к изучению каких-либо ее частей: подрешеток или интервалов, их мощности и структуры.

На сегодняшний день решетка частичных ультраклонов ранга 2 остается малоизученной, имеется лишь небольшое число результатов, из которых можно отметить следующие. Из предыдущих работ авторов известно, что имеется ровно 12 максимальных частичных ультраклонов, авторами также получено описание всех минимальных частичных ультраклонов. В работе Пантелеева В.И. и Халтановой С.Ю. доказана конечность интервала с минимальным элементом – классом всех булевых функций, сохраняющих константу 0, и конечность интервала с минимальным элементом – классом всех булевых функций, сохраняющих константу 1, Халтановой С.Ю. анонсирован результат о конечности интервала с минимальным элементом – классом всех булевых функций, сохраняющих константу 0 и константу 1, с указанием числа его элементов.

В настоящей работе сделано существенное продвижение в исследовании решетки частичных ультраклонов ранга 2. Авторами доказана конечность интервалов с минимальным элементом – классом всех монотонных булевых функций и конечность интервала с минимальным элементом – классом всех самодвойственных булевых функций. В качестве большого положительного эффекта необходимо отметить, что доказательство конечности указанных интервалов проведено конструктивно: не только найдены все элементы этих интервалов, но и в явном виде построены их диаграммы. Построение интервалов опирается на предыдущие результаты авторов. Однако авторами в тексте кроме ссылок также приведены достаточно подробные сведения из предыдущих публикаций, что значительно облегчает чтение текста.

Считаю, что работа С.А. Бадмаева, А.Е. Дугарова, И.В. Фомина, И.К. Шаранхаева "О двух интервалах в решетке частичных ультраклонов ранга 2" может быть опубликована в журнале "Сибирские электронные математические известия".

В качестве пожелания по оформлению, для полноты представленных диаграмм интервалов, в явном виде выписать вид всех частичных ультраклонов, входящих в интервалы. Иначе не ясно, например, почему элемент диаграммы в интервале $\mathfrak{I}(S^*, K_5)$ имеет пометку $S'$, а частичный ультраклон $K_6$ в интервале $\mathfrak{I}(P_2^-, M_2)$ на диаграмме не обозначен.

Рецензент