Качуровский, Подвигин, Тодиков "Равномерная сходимость на подпространствах в эргодической теореме фон Неймана с непрерывным временем".

Рекомендация переоформить статью.

Начнем с предложения найти отличия в двух кусках статей.

> Без труда проверяется, что из этого неравенства автоматически следует равенство, а именно:
>
> $$\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha} = \|\lambda \frac{1}{\lambda} f\|_{\mathcal{X}_\alpha} \leqslant |\lambda| \|\frac{1}{\lambda} f\|_{\mathcal{X}_\alpha} \leqslant |\lambda| |\frac{1}{\lambda}| \|f\|_{\mathcal{X}_\alpha}.$$
>
> 3) Пусть $f, g \in \mathcal{X}_\alpha$; тогда при всех $\delta \in (0, \pi]$ будет $\sigma_f(-\delta, \delta] \leqslant \|f\|^2_{\mathcal{X}_\alpha} \delta^\alpha$, $\sigma_g(-\delta, \delta] \leqslant \|g\|^2_{\mathcal{X}_\alpha} \delta^\alpha$. Используя неравенство $|\sigma_{f,g}(-\delta, \delta]|^2 \leqslant \sigma_f(-\delta, \delta]\sigma_g(-\delta, \delta]$, справедливое для всех $f, g \in \mathcal{H}$ (см., например, [16; 5.5]), получаем:
>
> $$\sigma_{f+g}(-\delta, \delta] = \sigma_f(-\delta, \delta] + \sigma_{f,g}(-\delta, \delta] + \sigma_{g,f}(-\delta, \delta] + \sigma_g(-\delta, \delta] \leqslant$$
> $$\leqslant \sigma_f(-\delta, \delta] + \sqrt{\sigma_f(-\delta, \delta]\sigma_g(-\delta, \delta]} + \sqrt{\sigma_g(-\delta, \delta]\sigma_f(-\delta, \delta]} + \sigma_g(-\delta, \delta] \leqslant$$
> $$\leqslant \|f\|^2_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha + 2\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha}\|g\|_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha + \|g\|^2_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha = (\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha} + \|g\|_{\mathcal{X}_\alpha})^2\delta^\alpha.$$
>
> Следовательно, $f + g \in \mathcal{X}_\alpha$, и

Без труда проверяется, что из этого неравенства автоматически следует равенство, а именно:

$$\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha} = \|\lambda \frac{1}{\lambda} f\|_{\mathcal{X}_\alpha} \le |\lambda| \|\frac{1}{\lambda} f\|_{\mathcal{X}_\alpha} \le |\lambda| |\frac{1}{\lambda}| \|f\|_{\mathcal{X}_\alpha}.$$

3) Пусть $f, g \in \mathcal{X}_\alpha$; тогда $\sigma_f(-\delta, \delta] \le \|f\|^2_{\mathcal{X}_\alpha} \delta^\alpha$ и $\sigma_g(-\delta, \delta] \le \|g\|^2_{\mathcal{X}_\alpha} \delta^\alpha$ при всех $\delta > 0$. Используя неравенство $|\sigma_{f,g}(-\delta, \delta]|^2 \le \sigma_f(-\delta, \delta]\sigma_g(-\delta, \delta]$, справедливое для всех $f, g \in \mathcal{H}$ (см., например, [15, 5.5]), получаем:

$$\sigma_{f+g}(-\delta, \delta] = \sigma_f(-\delta, \delta] + \sigma_{f,g}(-\delta, \delta] + \sigma_{g,f}(-\delta, \delta] + \sigma_g(-\delta, \delta] \le$$
$$\le \sigma_f(-\delta, \delta] + \sqrt{\sigma_f(-\delta, \delta]\sigma_g(-\delta, \delta]} + \sqrt{\sigma_g(-\delta, \delta]\sigma_f(-\delta, \delta]} + \sigma_g(-\delta, \delta] \le$$
$$\le \|f\|^2_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha + 2\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha}\|g\|_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha + \|g\|^2_{\mathcal{X}_\alpha}\delta^\alpha = (\|f\|_{\mathcal{X}_\alpha} + \|g\|_{\mathcal{X}_\alpha})^2\delta^\alpha.$$

Следовательно, $f + g \in \mathcal{X}_\alpha$, и

Так получилось, что мне почти одновременно прислали две статьи на рецензирование

(у них есть похожие куски, примеры даны выше + у статей совпадают 2 соавтора).

Одна статья «дискретная», другая «непрерывная», о последней пойдет речь. Я предлагаю авторам согласованно переоформить статьи с учетом предварительных замечаний. Следует

заменить в статье всюду f-f* на f,

s,t заменить на t ,

$(s-t)$ заменить на t .

Напрасно авторы пишут $f-f^*$ вместо f и $(s-t)$ вместо t, неся излишества через всю статью.

f нужно рассматривать из ортогонального дополнения к неподвижным векторам, а по части $(s-t)$ мы знаем, что операторы сохраняют норму.
(в тексте f и f^* всегда вместе, s и t тоже)

Как известно, непрерывные действия и дискретные взаимосвязаны.
Для унитарного оператора U в H найдется унитарный поток U_t в $H\otimes H$,
такой, что поток для целых значений времени n действует как $U^n \otimes I$.
Более того, выполняется $\int_0^1 U_s ds =U \otimes I$
Поэтому, теоремы о потоках и усреднениях тут же дают теоремы об операторах U.

Есть и обратная связь (можно рассматривать дискретные усреднения для
функций вида $f =\int_0^a T_s g ds$, тогда будем получать усреднения
для g относительно потока. Авторы могут подумать и в этом ключе.

В статье рассматривается ***равномерная*** сходимость, а определение есть?

Если теорема 2 является очевидным следствием
теоремы 1, то зачем две большие формулировки + доказательство очевидного?