Рецензия на работу
V.N. Zhelyabin, P.S. Kolesnikov

Dual coalgebra of the differential polynomial algebra in one variable and related coalgebra.

В данной работе изучается дуальная коалгебра $F[x]^\circ$ алгебры полиномов $F[x]$ от одной переменной. Известно, что переход от алгебр к своим дуальным коалгебрам является достаточно сложной задачей в бесконечномерном случае. Если A — бесконечномерная алгебра с умножением $m : A \otimes A \mapsto A$, то в общем случае двойственное отображение $m^* : A^* \mapsto (A \otimes A)^*$ не является коумножением, так как пространтсва $(A \otimes A)^*$ и $A^* \otimes A^*$ не обязаны быть изоморфными. Известная конструкция дуальной коалгебры (в ассоциативном случае) (A°, Δ) заключается в том, что вместо всего дуального пространства A^* необходимо рассматривать меньшее подпространство $A^\circ < A^*$, состоящее только из функционалов, содержащих в ядре двухсторонние идеалы алгебры A. Данный объект является достаточно интересным и может существенно отличаться от дуального пространства A^*. Например, если A — это бесконечное расширение основного поля, то $A^\circ = 0$ по понятным причинам.

В главе 2 работы изучается дуальная коалгебра алгебры Витта. Доказывается, что данная коалгебра не содержит конечномерных подкоалгебр, инвариантных относительно кодифференцирования d°, где d — стандартное дифференцирование алгебры полиномов. Кроме того, устанавливаются связи дуальной коалгебры алгебры полиномов $F[x]^\circ$ с дуальной коалгеброй алгебры Витта, а так же с дуальной коалгеброй Новикова, полученной по конструкции Гельфанда-Дорфмана из алгебры полиномов и стандартного дифференцирования.

В главе 3 изучается аналог конструкции Кантора для коалгебр, позволяющий по коассоциативной коалгебре с кодифференцированием строить йорданову коалгебру. В работе доказывается изоморфизм такой коалгебры $J^c(F[x]^\circ, \Delta_J^\circ, d^\circ)$ и дуальной коалгебры $J(F[x], d)^\circ)$ обычной йордановой алгебры, построенной из алгебры полиномов по конструкции Кантора.

Считаю, что в работе получены нетривиальные интересные результаты. У меня имеются следующие замечания к работе:

1. стр. 145 5-й абзац снизу, 2-е предложение. Я бы слово obtained поместил перед Lie (the obtained Lie coalgebra).

2. стр. 146, определение 1. Коумножение действует наоборот ($\Delta : C \mapsto C \otimes C$).

3. В работе используется несколько различных обозначений для образа коумножения ($\sum_a$, $\sum\limits_a$, $\sum\limits_{(a)}$). Лучше бы придерживаться одного обозначения.

4. Лемма 1 является результатом известным и не нуждается в доказательстве.

5. стр. 148, 1-я строка. Доказываемая связь между идеалами дуальной алгебры и подкоалгебрами исходной коалгебры хорошо известна и доказывается, например, в классической книге Свидлера (Proposition 1.4.9.). Так что это доказательство из работы можно убрать.

6. стр. 148, 2-я строка снизу. Я бы добавил запятую после слова "algebra" (перед then).

7. стр. 149. 2-я строка. Почему вы ограничиваетесь только стандартным дифференцированием $d = \frac{d}{dx}$? Кажется, что d может быть произвольным элементом алгебры Витта. Тот же самый вопрос про Теорему 5 - можно ли там использовать любое дифференцирование, а не только стандартное?

8. Во многих местах: писать вещи по типу $P_1^\circ = W_1^\circ$ не совсем корректно с моей точки зрения так как это все же разные объекты. Я бы предложил в лемме 4, теореме 2, теореме 4 (лучше бы писать, что $(W_1^\circ, \Delta_{W_1^\circ}) \cong (L_1^\circ, \Delta_{L_1^\circ}^{(-)})$), лемме 6 и теореме 5 все же писать не равенство, а изоморфизм. В процессе доказательства такую вольность можно еще себе позволить, но формулировки я бы подправил. Так же в теореме 5, если уж ввели обозначение $P_1 = F[x]$, то лучше бы его и использовать все время.

9. Стр. 150, 3-я строка выше теоремы 2, пропущен индекс d у скобки (должно быть $(P_1, [,]_d)^*$).

Данные замечания не являются критическими (часть из замечаний являются пожеланиями) и не портят хорошее впечатление от данной работы. Считаю, что в работе получены новые интересные и нетривиальные результаты, а сама статья достойна публикации в СЭМИ после исправления замечаний.

Рецензент.