

Рецензия на работу Т.И.Федоряевой

"Логарифмическая асимптотика числа центральных вершин почти всех n -вершинных графов диаметра k "

Статья Т.И.Федоряевой "Логарифмическая асимптотика числа центральных вершин почти всех n -вершинных графов диаметра k " относится к тематике, связанной с асимптотическим исследованием метрических свойств n -вершинных графов.

Автор продолжает изучение центра почти всех графов фиксированного диаметра и асимптотически исследует число центральных вершин, т.е. вершин с эксцентриситетом, равным радиусу графа. Радиус почти всех таких n -вершинных графов ранее был автором установлен. Также в предыдущих работах автора была выяснена структура центра и доказано, что для почти всех графов диаметра k число центральных вершин принимает единственное значение при малом диаметре графа $k \leq 3$, а при $k \geq 4$ спектр мощностей центра ограничен целочисленным интервалом и дополнительно одним или двумя значениями вне этого интервала в зависимости от чётности и значения k . При этом, ненулевая доля графов, принимающих выделенные значения мощности центра вне этого интервала, ранее также была подсчитана и построены классы таких типичных графов. Заметим, что границы указанного интервала можно сузить как сверху, так и снизу на наперед выбранное целое значение. Поэтому естественно возник вопрос получения новых оценок границ этого интервала, зависящих от n , с целью исследования асимптотического поведения числа центральных вершин, поскольку неизвестна была даже асимптотика логарифма этого числа.

В рецензируемой работе для почти всех n -вершинных графов фиксированного диаметра доказаны нижняя и верхняя оценки вида $\frac{n}{c_1}(1 + o(1))$ и $\frac{n}{c_2}(1 + o(1))$ соответственно, уточняющие границы интервала из спектра мощностей центра таких графов. Тем самым установлена логарифмическая асимптотика числа центральных вершин для почти всех n -вершинных графов фиксированного диаметра. Как следствие в работе получены аналогичные результаты и для центрального соотношения Бакли, равного отношению числа центральных вершин к числу всех вершин графа. Отметим также найденное нетривиальное свойство о том, что для почти всех n -вершинных графов диаметра $k \geq 3$ пересечение окружений любых двух вершин вне фиксированной диаметральной цепи, содержит не менее, чем $\approx \frac{n}{6}$ вершин.

Полученные в рецензируемой статье результаты являются новыми и лежат в русле современных исследований. Считаю, что работа Т.И.Федоряевой "Логарифмическая асимптотика числа центральных вершин почти всех n -вершинных графов

диаметра k " заслуживает опубликования в журнале "Сибирские электронные математические известия".

Неточности и рекомендации.

1. Аннотация. Представляется более правильным разделить значения логарифмической асимптотики на случаи чётного и нечётного диаметров — 0 , $\log_2 n$ и 1 , $\log_2 n$ соответственно. Аналогичные исправления нужны также на стр. 146 введения и после замечания 3 на стр. 157.

2. Стр. 151, 4 строка сверху. Пропущена скобка в обозначении интервала $(-1, +\infty)$.

3. Стр. 152, 5 строка снизу. Вместо "Сначала рассмотрим случай $q \geq 2$ " нужно "Сначала рассмотрим случай $q > 1$ ".

4. Стр. 152, формула (7). Вместо " $n - \lfloor \frac{n}{q+1} \rfloor$ " нужно " $n - \lfloor \frac{n}{q+1} \rfloor$ ".

5. Стр 153, первая строка сверху. В предложении "Из асимптотического равенства (3) имеем" лучше добавить, что (3) также справедливо и для случая $\Delta = 1$.

6. Стр. 153, 3 строка сверху. Вместо "Теперь из (8)" нужно "Теперь из (7),(8)".

7. Стр. 153, 9 строка сверху. Перед асимптотической эквивалентностью нужно добавить условие "при $n \rightarrow \infty$ ".

8. Стр. 156, доказательство теоремы 6, 5 строка снизу. Вместо " $p(n) = \frac{n}{6}\Delta + 1$ " нужно " $p(n) = \lfloor \frac{n}{6}\Delta \rfloor + 1$ ".

9. Стр. 157, доказательство следствия 5. Вместо " $\log_2 P(n) \sim m \log_2 n$ при $n \rightarrow$ " нужно " $\log_2 P(n) \sim m \log_2 n$ при $n \rightarrow \infty$ ".

10. Список литературы. Вместо [10] целесообразнее указать работу автора "On binomial coefficients of real arguments", arXiv:2206.03007 [math.CO], 2022. P. 6.

11. Стр. 158, абзац после замечания 4. Для нахождения возможных значений центрального отношения для почти всех графов всего класса автор по-видимому также использует и утверждение (v) предложения 1. Если это так, стоит здесь это отметить.

Рецензент