

Рецензия на статью Д.В. Лыткиной и А.Х. Журтова
“Finite groups whose maximal subgroups have only soluble proper subgroups”

В статье рассматривается вопрос о том, как устроены конечные группы, в которых любая вторая максимальная подгруппа разрешима. Этот класс групп естественным образом разбивается на 1) разрешимые группы, 2) неразрешимые группы, в которых любая максимальная подгруппа разрешима и 3) группы с неразрешимой максимальной подгруппой. Любая группа из второго подкласса, как несложно видеть, является расширением своей группы Фраттини посредством минимальной неабелевой простой группы. Поскольку минимальные неабелевы простые группы были описаны Томпсоном в 1968 г., авторы по существу выясняют строение групп из третьего подкласса.

Основной результат работы (теорема 1) состоит в том, что группа G принадлежит этому подклассу тогда и только тогда, когда либо G содержит нормальную подгруппу G_0 простого индекса такую, что $G_0/\Phi(G_0)$ — минимальная простая, либо $G/\Phi(G)$ — неабелева простая группа из явно указанного списка (список 3). При доказательстве используется классификация конечных неабелевых простых групп.

Этот результат кажется мне заслуживающим внимания и публикации. Доказательство написано несколько сжато, но его корректность вопросов не вызывает. Я рекомендую опубликовать статью.

Ниже перечислены найденные опечатки и несколько не очень существенных замечаний.

1. Пункт (3) теоремы 1: должно быть $G_0/\Phi(G_0)$ вместо $G/\Phi(G_0)$.
2. Пункт (5) списка 3: не очень понятно, что объединяет группы $L_2(9)$, $U_3(3)$ и $Sz(2^{rs})$.
3. Страница 3, строка 14: из-за того, как написана ссылка [3, Satz II,8,27], возникает ощущение, что речь идет о какой-то Satz II в не очень понятном разделе. Возможно, лучше написать Satz II.8.27.
4. Страница 3, строка 23: должно быть $GL_{n-1}(q)$ вместо GL_{n-1} .
5. Страница 3, строка 25: должно быть “given $n = 3$ ” вместо “given $n = 2$ ”.
6. Страница 3, строка 26 и далее по тексту: мне кажется, вместо “the Proposition” будет достаточно “the proposition”.
7. Страница 3, второй абзац снизу: В начале абзаца должны быть “The same” вместо “Same”. В [5] нет максимальных подгрупп групп ${}^2F_4(q)$, поэтому они должны быть упомянуты не во втором предложении, а в первом, вместе с ${}^2E_6(q)$.
8. Страница 4, предложение перед Reference: Не вполне понятно, зачем авторы ссылаются на свой препринт в arXiv.

1 апреля 2022 г.

Рецензент