

Рецензия
на статью Н.Д.Зюляркиной и Т.Г.Ножкиной

«Элементарные абелевы TI-подгруппы порядка 4 в линейных группах»

Рецензируемая работа посвящена интересной тематике, связанной с TI-подгруппами конечных групп. Заявлен следующий результат. Пусть $G=XA$, где $X=F^*(G)$ — квазипростая группа, а A — элементарная абелева TI-подгруппа порядка 4. Тогда X не является накрывающей группой для $L_n(q)$, где q нечетно. К сожалению, в приведенной формулировке это не вполне верное утверждение. Минимальный возможный случай $G=X=L_n(q)$ с $n=2$ и $q=5$, в котором A — силовская 2-подгруппа в G , будет контрпримером, поскольку централизатор любой инволюции в группе $L_2(5)=A_5$, как известно, является элементарной абелевой подгруппой порядка 4 и совпадает с силовской 2-подгруппой. Возможно, данный пример — это единственное исключение, и тогда скорректированный результат мог бы представлять интерес. Более того, лемма 2 работы, если она верна, позволила бы усилить данный результат следующим образом. Пусть конечная группа содержит элементарную абелеву TI-подгруппу порядка 4. Тогда если некоторая компонента группы G является накрывающей для $L_n(q)$, где q нечетно, то $(n,q)=(2,5)$.

В своем нынешнем виде представленный текст не позволяет судить, насколько верно данное утверждение. Доказательства многих вспомогательных лемм не являются кристально прозрачными. Возьмем вышеупомянутую лемму 2, которая утверждает, что элементарная абелева TI-подгруппа A порядка 4 должна нормализовать любую компоненту L группы. Ясно, что при действии A сопряжениями на множестве компонент орбита группы L должна состоять из одной, двух или четырех подгрупп. Авторы же опускают в рассуждениях случай, когда орбита содержит два элемента, а вместо этого зачем-то выделяют случаи 1 и 2, когда $\langle L^A \rangle$ — соответственно прямое или центральное произведение четырех компонент. Также не является прозрачным доказательство леммы 4, в которой исключается случай $n=2$ и $q \geq 5$ и G индуцирует на $L_2(q)$ внутренне-диагональные автоморфизмы. Уже сама лемма неверна, как видно приведенного контрпримера, а ограничение внимания авторов выделенными в доказательстве двумя случаями и выбор представителей элементарных абелевых подгрупп порядка 4 в этих случаях никак не обосновываются.

В целом ряде случаев стиль изложения затрудняет или даже исключает понимание. Смысл вводимых обозначений не всегда удается восстановить из контекста. Например, что понимается под g_1 в конце доказательства леммы 5 при разборе случая $n=4$? Насколько корректно без дополнительных комментариев отождествлять с матрицами элементы по факторгруппы по нетривиальной подгруппе в $GL_n(q)$? Если группа G берется не из X^* (лемма 6) как может оказаться, что $G=GL_2(q)$, стр. 8? После этого откуда в G берется элемент a_0 , отождествляемый с полевым автоморфизмом порядка 2? Откуда в той же лемме в элементарной абелевой подгруппе A группы может возникнуть элемент, сопряженный с элементом g_2 (случай 1), очевидным образом имеющим порядок 4? И.т.д.

Хотя часть языковых погрешностей первого варианта авторами устранена, по-прежнему в тексте есть опечатки (напр., слово «циклическая» на стр. 2) и стилистические погрешности (напр., выражение «эта подгруппа» после формулировки длинной теоремы 1, в которой встречается масса подгрупп). Совершенно не оправдана разбивка текста на абзацы на стр. 3 в доказательстве леммы 2. Имеет место нерегулярность в выборе шрифтов (перемежаются прямые и курсивные буквы в одних и тех же обозначениях; странный выбор обозначения I_V для тождественного оператора на векторном пространстве V , многократно повторенный на стр. 4, заменяется осмысленным обозначением I_V на стр. 5 и т. д.). В тексте имеются и другие неточности или неаккуратности математического, языкового и стилистического характера,

подробно останавливаться на которых в настоящее время не имеет большого смысла, так как не вполне понятно, насколько устранима неточность в формулировке основного результата работы.

Считаю, что в нынешнем виде публиковать работу не следует. Приношу уважаемым Авторам свои извинения за задержку с рецензированием, произошедшую по моей вине. Отчасти она вызвана первоначальным намерением помочь Авторам довести работу до публикабельного состояния. С глубоким сожалением признаю, что не преуспел в этом.

Рецензент