

ОТЗЫВ о статье Е.В. Журавлева, О.А. Филиной
«О сжатых графах делителей нуля конечных коммутативных локальных колец»

В последние три десятилетия многими авторами активно изучались кольца, в которых рассматривались графы на отдельных элементах кольца. Особенно это касалось графов делителей нуля кольца, обладающих каким-либо определенным свойством. В частности, полностью описаны конечные ассоциативные кольца, имеющие планарные графы делителей нуля (S. Akbari, H.R. Maimani, S. Yassemi, R. Belshoff, J. Chapman, A.C. Кузьмина, 2003-2009), конечные ассоциативные кольца с эйлеровыми графами делителей нуля (А.С. Кузьмина, 2012) и конечные кольца с полными двудольными графами делителей нуля (S. Akbari, A. Mohammadian, 2006). А.С. Кузьмина и Ю.Н. Мальцев также описали конечные ассоциативные кольца с однородными графами делителей нуля и изучали свойства конечных колец с графом делителей нуля, удовлетворяющим условию Дирака (2014, 2015). Е.В. Журавлевым и А.С. Монастыревой (2020) изучены коммутативные конечные кольца со сжатым графом делителей нуля порядка 2, а также найдены все графы порядка 3, которые являются графами делителей нуля некоторого конечного кольца.

Поскольку произвольное конечное коммутативное кольцо с единицей является прямой суммой локальных колец, то вполне естественным является изучение коммутативных локальных колец. В связи с этим, Е.В. Журавлевым (2006, 2015) с точностью до изоморфизма описаны все локальные кольца R характеристики p с радикалом Джекобсона J каждого из следующих типов: $J^4 = (0)$, $\dim_F J / J^2 = 2$, $\dim_F J^2 / J^3 = 2$, $\dim_F J^3 = 1$, и $J^4 = (0)$, $\dim_F J / J^2 = 3$, $\dim_F J^2 / J^3 = 1$, $\dim_F J^3 = 1$, а так же изучены сжатые графы колец характеристики 2 с условием $J^4 = (0)$, $\dim_F J / J^2 = 2$, $\dim_F J^2 / J^3 = 2$, $\dim_F J^3 = 1$ (2019).

В данной работе продолжается исследование указанных колец обоих типов (уже при любом p).

Именно, в рассматриваемой работе описаны сжатые графы делителей нуля конечных коммутативных локальных колец R характеристики p с радикалом Джекобсона J таких, что $J^4 = (0)$, $F = R / J \cong GF(p^r)$ и $\dim_F J / J^2 = 2$, $\dim_F J^2 / J^3 = 2$, $\dim_F J^3 = 1$, или $\dim_F J / J^2 = 3$, $\dim_F J^2 / J^3 = 1$, $\dim_F J^3 = 1$.

По тексту статьи замечаний в части построения доказательств утверждений у рецензента к авторам работы не имеется.

В части аккуратности оформления у рецензента к авторам работы имеются следующие незначительные замечания:

1) необходимо скорректировать формулировку предложения на стр. 8 «(1) Указываем цель доказательства – множества, являющиеся \sim -классами.», описать более точно, в чем заключается цель;

2) в статье неоднократно встречается неправомерное наличие или отсутствие запятых. Например,

- на стр. 12 в предложениях «Если ... , для некоторых ... , то ...» необходимо убрать лишнюю первую запятую;

- в п. (8) стр. 19, в конце третьей строки нужно поставить запятую;

- на стр. 19 в предложении «Для каждого из случаев, геометрическое изображение графа $\Gamma(R/\sim)$, за исключением вершин $[0]$ и $[1]$, имеет вид:» необходимо убрать лишнюю запятую; на мой взгляд, более естественным представляется следующий вариант: «Для каждого

из представленных выше случаев геометрическое изображение графа $\Gamma(R/\sim)$, за исключением вершин $[0]$ и $[1]$, имеет вид:».

Рекомендую авторам с учетом замечаний внести соответствующие поправки всюду по тексту статьи.

В целом, считаю, что рецензируемая статья является удачным продолжением цикла работ по указанной тематике, содержит интересные содержательные результаты и заслуживает опубликования.

Рецензент