Рецензия на статью Э.В. Кораблиной и В.Б. Левенштама

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ПОТЕНЦИАЛА ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ПО АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЯ. СЛУЧАЙ ЗАДАЧИ КОШИ

Авторы рассматривают задачу Коши вида

$$u_{tt} - u_{xx} = f(x, t, \omega t), \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 \le t \le T, \tag{1}$$

$$u|_{t=0} = u_t|_{t=0} = 0, \tag{2}$$

где $f(x, t, \tau)$ – вещественная функция, непрерывная по совокупности аргументов и 2π-периодическая по переменной τ, которая, в свою очередь, изменяется в пределах замкнутой положительной полуоси. Также предполагается, что среднее $F(x, t)$ функции $f(x, t, \cdot)$ на периоде является непрерывно дифференцируемой функцией по обеим переменным. Кроме того, предполагается, что разность $f(x, t, \tau) - F(x, t)$ пять раз непрерывно дифференцируема по первым двум переменным.

Во второй части работы исследуется вопрос о восстановлении правой части в (1) по заданной в некоторой точке пространства трехчленной асимптотике решения $u(x, t)$ задачи Коши (1), (2) при больших ω. При этом предполагается, что правая часть имеет вид $f(x, t, \omega t) = f_1(x, t) r(t, \omega t)$, где функция $f_1(x, t)$ известна. Для этой цели в первой части работы установлена асимптотика решения задачи (1), (2) с правой частью $f(x, t, \tau)$ общего вида (Теорема 1).

Однако, к сожалению, правильность результатов работы вызывает сомнения. Например, в доказательстве теоремы 1, когда асимптотический ряд для решения формально подставляется в (1) и (2), соответственно получается три соотношения, в которых появляется переменная τ. Но как в (1), так и в (2) она отсутствует. Тем не менее, присутствие τ на данном этапе оправдывается наличием параметра ω. Но в таком случае непонятно, как получаются соотношения (1.5): если усреднение по τ достигается интегрированием по ω, то на каком основании происходит приравнивание коэффициентов при одинаковых степенях ω?

Также в работе содержится ряд неточностей, в том числе, связанных с переменной τ. Например, первая формула на странице 146 (формула решения задачи (1.3)) содержит τ и как независимую переменную, и как переменную "немую", по которой берется усреднение в правой части. Кроме того, переменные x и t не играют никакой роли в задаче (1.3) и могут быть опущены, тогда как их наличие лишь вводит в заблуждение. Понятно, что в дальнейшем задачи такого типа возникают с переменными x и t, но это не оправдывает их включение во вспомогательный результат.

Основной результат работы содержится в теореме 2, дающей однозначную разрешимость обратной задачи. Следует отметить, что идея доказательства теоремы 2 проста и понятна. Специально подобранный вид правой части вместе с необходимым числом задаваемых членов асимптотики решения могут позволить однозначно восстановить неизвестную функцию. Думаю, даже при условии разумного ответа на вышеперечисленные замечания, данная работа вряд ли претендует на серьезный математический результат, заслуживающий опубликования.

Основываясь на вышеизложенном, можно заключить, что результаты работы (даже после исправления) носят тривиальный характер. По этой причине данная статья, к сожалению, не может быть рекомендована к публикации.