

Отзыв рецензента

на статью А. И. Кожанова

«Начально-краевые задачи для вырождающихся гиперболических уравнений»,
представленную для опубликования в
«Сибирских электронных математических известиях»

В статье Александра Ивановича Кожанова рассматривается первая начально-краевая задача для вырождающегося гиперболического уравнения

$$u_{tt} - \varphi(t)\Delta u + c(x, t)u = f(x, t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \in (0, T),$$

с однородными начально-краевыми условиями. Вырождение обуславливается тем, что заданная гладкая функция φ обращается в нуль в конечном числе точек $t_k \in [0, T]$, $k = 0, \dots, m$. Исследуется вопрос о существовании сильных обобщённых решений (*регулярных решений* по терминологии в статье), то есть таких решений, у которых имеются все обобщённые по Соболеву производные, входящие в уравнение. Главным результатом статьи является теорема 1 (в п. 4) о том, что при определённых условиях на регулярность младшего коэффициента $c(x, t)$ и заданной правой части $f(x, t)$ существует по меньшей мере одно сильное обобщённое решение.

Содержание статьи организовано следующим образом. Во введении (п. 1) проведён краткий обзор имеющейся теории начально-краевых задач для вырождающихся гиперболических уравнений, указано место результатов представляемой статьи в этой теории и отмечена их новизна. Пункт 2 посвящён постановке первой начально-краевой задачи. В п. 3 изучается вопрос о разрешимости вспомогательных задач. Соответствующие утверждения о разрешимости выводятся посредством формулировки регуляризованных задач, результаты существования для которых хорошо известны в существующей теории, конструирования равномерных по параметру регуляризации оценок семейства приближённых решений и, наконец, предельного перехода при стремлении параметра регуляризации к нулю. По существу, рассмотрения п. 3 и составляют обоснование главного результата статьи, который в полном и подробном виде формулируется в п. 4. Завершает рассмотрение в статье п. 5, который содержит комментарий о том, как полученные результаты естественным образом обобщаются для второй (Неймана) и третьей (смешанной) краевых задач. Также формулируются обобщения на случай эллиптических операторов второго порядка более общего вида, чем лапласиан, и на случай эллиптических уравнений порядка $2m$ с $m \geq 2$. В этой связи формулируется и схематично доказывается теорема 2 о разрешимости задачи для оператора Δ^m ($m \geq 2$).

На мой взгляд, результаты, изложенные в статье А. И. Кожанова являются новыми и интересными в теории корректности краевых задач для вырождающихся гиперболических уравнений. Они вносят в эту теорию ценное дополнение. Считаю, что все результаты работы достоверны. Все проведённые в статье доказательства корректны. Статья написана достаточно подробно, ясным научным языком.

Имеются некоторые незначительные замечания по тексту статьи.

1. Начало аннотации на английском языке желательно немного поправить с точки зрения английского языка. Предлагаю такую модификацию:

‘ABSTRACT. The aim of the paper is to study solvability of the main initial-boundary value problems for the differential equation

$$u_{tt} - \varphi(t)Au + c(x, t)u = f(x, t)$$

in the Sobolev spaces. Here A is an elliptic operator acting ... (далее по тексту)’.

2. В формуле (2) на стр. 145 замечена опечатка: пропущен знак равенства.
3. Неравенство (9) (на стр. 150) непосредственно из предыдущей оценки на стр. 150 не следует, а, по-видимому, получается в результате комбинации со второй оценкой на стр. 149 (с постоянной N_4). Желательно указать на это явно, например, написать, что постоянная N_6 определяется (среди прочего) по постоянной N_4 .
4. В условии VII в утверждении 3 замечена опечатка. Пропущены скобки: должно быть написано $\varphi(0) = \varphi(T) = 0$.
5. В англоязычной аннотации, в предпоследнем абзаце введения (п. 1) и в последнем абзаце п. 2 говорится о том, что устанавливаются «существование и единственность». Однако в доказательствах в п. 3 и в формулировках теорем 1 и 2 вопрос о единственности не упоминается. В связи с этим утверждение о единственности нужно из текста статьи исключить или, наоборот, подробно результат о единственности обосновать.

На основании вышеизложенного считаю, что статья А. И. Кожанова «Начально-краевые задачи для вырождающихся гиперболических уравнений» **заслуживает опубликования** в «Сибирских электронных математических известиях» **после учёта указанных выше небольших замечаний**.