

Рецензия на статью Г.А. Жукова, А.В. Орлова  
«Методы DC оптимизации для задачи взвешенной 3-раскраски графа»

В данной работе рассматривается оптимизационный вариант задачи взвешенной 3-раскраски графа (minimum 3-partition problem), основная цель которой заключается в нахождении раскраски вершин графа тремя цветами, при которой общая сумма весов рёбер, соединяющих вершины одного цвета, была бы минимальной. Задача формулируется как непрерывная задача DC оптимизации и для ее решения применяются специализированные алгоритмы локального и глобального поисков, разработанные авторами с использованием теоретических основ решения невыпуклых задач, предложенных А.С. Стрекаловским. В ходе обширного вычислительного эксперимента на различных группах графов проведен сравнительный анализ описанного подхода с двумя эталонными методами: стандартным жадным алгоритмом и методом спуска VND. Результаты подтверждают конкурентоспособность методов DC оптимизации для решения задачи взвешенной трехцветной раскраски графов.

Исследование соответствует тематике журнала, статья обладает новизной и является актуальной в области математической невыпуклой оптимизации. Статья хорошо организована, материал излагается логично и корректно. В аннотации правильно описано содержание работы, а библиография достаточно полно отражает ситуацию по исследуемой проблеме.

По статье возникли следующие замечания:

1. В конце Введения принято описывать структуру работы, как далее организована статья. Предлагается авторам добавить анонс о том, что ожидает читателя, сделав акцент на главный результат работы.

2. На с. 147 не вполне корректно описан переход от булевых переменных к непрерывным. Ограничение с евклидовой нормой появляется как результат суммирования (!) по  $i$  всех ограничений-равенств для переменных  $x_i$ .

3. При введении матрицы весов  $W$  следует сразу сказать о ее знаконеопределенности (доказать?), иначе фраза о невыпуклости в целевой функции (первое предложение на с. 148) выглядит необоснованной.

4. Как известно, наличие константы не влияет на результат оптимизации функции. Поэтому можно (нужно?) убрать константу из целевой функции задачи (1) (см. функцию  $G$ ) и из явного выражения целевой функции линейризованной задачи (на с. 151).

5. На с. 149 (абзац 2) при описании связи решений општрафованной задачи и исходной следует называть решение либо оптимальным, либо глобальным.

6. Авторы пишут, что УГО (Теорема 2) записаны в терминах исследуемой задачи с учётом DC разложения (1) и выписывают в Теореме 2 в явном виде градиент функции  $H$ . Предлагается убрать явный вид градиента из теоремы, тем более, что он уже выписан на с.151.

7. СМЛП из раздела 3 заключается в последовательном решении линейризованных задач. На шаге 6 СГП решается одна линейризованная задача, а затем на шаге 7

осуществляется СМЛП. Почему нельзя объединить шаги 6 и 7 в один этап СГП? Только из-за того, что важно решать задачу на шаге 6 с одной точностью, а СМЛП проводить с другой?

8. Впечатляет, что время работы жадного алгоритма и алгоритма VND для всех тестовых задач не превысило 1 секунды, в то время как GSA для поиска решения в большеразмерных задачах тратит 1-2 часа (!). Интересным было запустить алгоритмы VND и жадный в комбинации с мультистартом и выделить им больше времени для поиска решений (например, столько же, сколько GSA). Смогут ли они получить лучшее значение целевой функции?

9. В списке литературы источники 9, 11, 13, 16, 17 следует привести на русском языке.

10. В статье имеются неточности и опечатки:

а) Перед знаком всеобщности запятая не ставится. Следует либо убрать запятые, либо убрать знак «для любого» (по всей статье в соответствующих формулах). Например:

$$\sum_{q=1}^3 x_i^q = 1 \quad \forall i \in V \quad \text{или} \quad \sum_{q=1}^3 x_i^q = 1, \quad i \in V;$$

б) пропущена треугольная скобка в последней формуле на с. 150.

в) на с. 156 следует убрать обозначение для величины, равной модулю минимального отрицательного элемента (обозначение  $s$  занято на итерациях СМЛП, а предложение и без обозначения остается понятным).

Исходя из вышеизложенного считаю, что статья представляет интересный результат по решению дискретной задачи методами непрерывной невыпуклой оптимизации и может быть принята к публикации после доработки.