

## Рецензия на статью

А.А. Папина, М.А. Токаревой

“Глобальная разрешимость задачи фильтрации вязкой жидкости в вязкоупругой пористой среде с проницаемыми границами”,

представленную для опубликования в журнале

“Сибирские электронные математические известия”

Статья А.А. Папина и М.А. Токаревой посвящена математическому обоснованию модели фильтрации жидкости в деформируемой вязкоупругой пористой среде. Актуальность работы обусловлена практическими потребностями геологического хранения углекислого газа — одной из ключевых технологий снижения антропогенной нагрузки на климат. Авторы справедливо отмечают, что классические модели с недеформируемым скелетом недостаточно точно описывают процессы, происходящие при закачке флюида под высоким давлением в глубокие пласты, поскольку высокое давление нагнетаемого флюида вызывает деформацию пористой структуры, изменяет такие её ключевые характеристики, как проницаемость и пористость, и формирует напряжённо-деформированное состояние в системе. Чтобы адекватно учесть перечисленные эффекты, применяются модели пороупругости, где фильтрация флюида и деформирование упругой матрицы связаны между собой через систему нелинейных уравнений в частных производных. Такие модели опираются на законы сохранения массы для каждой фазы, закон Дарси с поправкой на движение скелета и реологические соотношения.

Несмотря на несомненную практическую ценность, математическая теория пороупругости применительно к задачам подземного хранения газа разработана далеко не полностью. Многие существующие модели трудоёмки для инженерных расчётов, а полученные результаты о разрешимости краевых задач с начальными условиями, о свойствах и характере поведения решений носят отрывочный характер. Вопросы существования локальных и глобальных решений, их единственности, а также корректности выбора граничных режимов еще ждут своего строгого математического обоснования. Подобные исследования необходимы как для дальнейшего развития теории нелинейных уравнений в частных производных, так и для проверки достоверности численных моделей, которые применяются при создании подземных хранилищ.

В представленной работе проводится математический анализ разрешимости начально-краевой задачи, моделирующей течение жидкости (или газа) в пороупругой среде. Основной акцент сделан на доказательстве корректности математической постановки в классах достаточно гладких функций и на анализе физически реалистичных типов решений. Полученные результаты имеют прямое практическое значение для прогнозирования поведения углекислого газа в геологических структурах и для оценки сохранности пласта-коллектора.

Статья состоит из введения, трёх разделов и списка литературы. Во введении обоснована актуальность проблемы, проведён краткий обзор существующих подходов к моделированию фильтрации в деформируемых средах, сформулированы цели исследования. В разделе 2 приведена полная система определяющих уравнений, включающая уравнения неразрывности для фаз, обобщённый закон Дарси с учётом движения скелета, реологическое соотношение типа Максвелла, связь эффективного и порового давлений, а также

уравнение баланса сил. Раздел 3 посвящён переходу к одномерной постановке с соответствующими начальными и граничными условиями, выбору функциональных пространств, определению классического решения и формулировке теоремы о локальной разрешимости. В разделе 4 представлен основной результат — теорема о глобальной разрешимости. Приведено доказательство, включающее переход к лагранжевым переменным, формулировку и доказательство двух вспомогательных лемм, позволяющих получить равномерные по времени оценки. На основе этих оценок делается вывод о возможности продолжения локального решения на весь временной интервал. Список литературы содержит 23 источника, включая ключевые работы по механике многофазных сред, пороупругости и математической теории уравнений в частных производных.

Представленная статья А.А. Папина и М.А. Токаревой содержит новые результаты о глобальной разрешимости начально-краевой задачи фильтрации жидкости в вязкоупругой пористой среде с проницаемыми границами. Работа выполнена на высоком математическом уровне, обладает научной новизной и теоретической значимостью. Работа написана ясным научным языком. Замечаний к тексту не имеется. Статья соответствует требованиям журнала “Сибирские электронные математические известия” и рекомендуется к опубликованию.

Рецензент