Рецензия на статью
Multi-agent Logics with Frozen States, Admissibility via Projectivity

Общая оценка

Прежде всего, благодарю автора за внесённые изменения. Текст стал более ясным, что является бесспорным плюсом. Вместе с тем, я смог глубже вникнуть в суть, и теперь могу точнее указать на затруднения, которые возникают при чтении (в т.ч. могут возникнуть у потенциального читателя). Сразу оговорюсь, что я не являюсь специалистом в области унификации, и, возможно, какие-то мои замечания покажутся дилетантскими или неуместными — в этом случае просто не обращайте на них внимания. Тем не менее, надеюсь, что, указав на замеченные трудности, помогу автору сделать статью более ясной для читателя.

Моя оценка результатов и их значимости сохраняется, и я считаю, что эти результаты нужно опубликовать (после внесения необходимой корректировки). По этой причине не буду повторять описание работы, и сосредоточусь лишь на описании возникших трудностей.

Язык и стиль

Рукопись требует тщательной литературной правки носителем языка. Я приведу некоторые примеры проблемных фраз (и возможные исправления), но, во-первых, мой английский навряд ли лучше, а во-вторых, исправлений требуется много. Если нет возможности обратиться к носителю языка, то можно воспользоваться сервисами на основе ИИ. Например, сейчас в Overleaf есть ИИ, проверяющий английский непосредственно в LaTeX-текстах. Он исправляет бесплатно лишь несколько первых найденных «ошибок», но есть лайфхак: если вносить исправления вручную (а он подсвечивает предлагаемый вариант), то можно пользоваться им бесплатно неограниченно долго. Доверять ему на 100% нельзя, но очень часто его предложения по улучшению языка вполне адекватны.

Примеры:

- “whose models allow frozen states if information nodes” → “as information nodes”.
- “the current time clusters may posses states” → “possess”.
- “stays close to real world situation” → “remains close to real-world situations”.
- “made active research area” → “has become an active research area”.
- “instead the formula $K_i A$ a more informative ones” — грамматически неверно.
- “To nowadays many works in application non-standard logic” → “To date, many works on applications of non-standard logic”.

Отмечу, что аннотация и введение особенно трудны для понимания. Статью желательно переписать на чётком, грамматически правильном английском.

Трудности с определениями

Определение 3.1

Тут остались вопросы.

- Множество N не определено; предполагаю, что $N = \mathbb{N}$ или $N = \mathbb{Z}$.
- В определении не определены также $\leq$, $Prev$, R_j, J. После определения имеется пояснение, которое что-то уточняет, но лишь частично. Остаются неясности. Например, согласно определению и пояснению, не запрещается, что $C(i) = \varnothing$ для некоторых i; но, исходя из подразумеваемого смысла, кажется, что такой запрет должен быть. Этот абзац должен быть частью определения, а не пояснением к нему.
- Отношение $Prev$ описано так, чтобы включить $a = b$: “$a \mathit{Prev}\, b$ iff $b \in C(i+1), a \in C(i)$ or $a = b$”. Это делает $Prev$ рефлексивным, что необычно для отношения “предыдущий момент”. В результате $\Diamond_{Prev}\varphi$ становится истинным в любом состоянии, где φ истинно (поскольку $a \mathit{Prev}\, a$). Автор утверждает, что это важно для техники, но не приводит обоснования.

Предлагаю автору дать точное определение.

Отмечу, что ниже будут примеры затруднений, возникших в том числе благодаря неточностям в этом определении.

Попутно отмечу некоторые мелкие погрешности.

- В абзаце после определения, строка 2 снизу: $\in\in$ надо заменить на $\in$.
- В следующем абзаце, строка 2 снизу: so $\forall p \in P, V(p) \subseteq \bigcup_{i\in N} C(i)$. Тут возникает эклектика, и лучше заменить, скажем, на "for every $p \in P$, $V(p) \subseteq \bigcup_{i\in N} C(i)$" или на "$\forall p \in P\ V(p) \subseteq \bigcup_{i\in N} C(i)$" (без запятой).

Определение отношения истинности

Оно устроено довольно необычно:

$\forall p \in Prop\ (M,a) \Vdash_V p \Leftrightarrow a \in \bigcup_{i\in N} C(i) \wedge\ a \in V(p);$

$(M,a) \Vdash_V (\varphi \wedge \psi) \Leftrightarrow (M,a) \Vdash_V \varphi\ \wedge\ (M,a) \Vdash_V \psi;$

$(M,a) \Vdash_V (\varphi \vee \psi) \Leftrightarrow (M,a) \Vdash_V \varphi\ \vee\ (M,a) \Vdash_V \psi;$

$(M,a) \Vdash_V \neg\varphi \Leftrightarrow not[(M,a) \Vdash_V \varphi];$

$(M,a) \Vdash_V \Diamond\varphi \Leftrightarrow \exists b[(a \le b)\&(M,b) \Vdash_V \varphi];$

$(M,a) \Vdash_V \Box\varphi \Leftrightarrow \forall b[(a \le b)\Rightarrow(M,b) \Vdash_V \varphi];$

$(M,a) \Vdash_V \Diamond_j\varphi \Leftrightarrow \exists b[(aR_jb)\&(M,b) \Vdash_V \varphi];$

$(M,a) \Vdash_V \Box_j\varphi \Leftrightarrow \forall b[(aR_jb)\Rightarrow(M,b) \Vdash_V \varphi];$

$(M,a) \Vdash_V \Diamond_{Prev}\varphi \Leftrightarrow \exists b[(bPreva)\&(M,b) \Vdash_V \varphi];$

Здесь странно, что a может быть любым: я имею в виду, что нет требования, что $a \in \bigcup_{i\in N} C(i)$, что, видимо, всё же предполагается. Так, например, в первой строке, если я возьму a не из множества $\bigcup_{i\in N} C(i)$, то переменная в этом a будет ложной, а согласно четвёртой строке, отрицание формулы может оказаться истинным в элементах, не являющихся мирами модели. Но это нестрашно, т.к. определение истинности в модели ограничивается на миры модели. Тем не менее, трудность имеется: формально, введённое отношение не является множеством с точки зрения теории множеств.

Плюс, "not" написано в математическом шрифте, а в конце вместо точки стоит точка с запятой. Плюс, в первой строке не стоят скобки после квантора всеобщности, и поэтому область действия квантора заканчивается до знака эквивалентности (явно имеется в виду не это).

Всё это специалист поймёт правильно, но при некотором количестве подобных мелочей статью становится читать сложно, да и легко допустить или пропустить ошибку.

Предлагаю переписать определение следующим образом:

Определим рекурсивно отношение истинности формул в мире a модели M:

$$\begin{array}{lcl}
(M,a) \Vdash_V p & \leftrightharpoons & a \in V(p), \qquad \text{for } p \in P; \\
(M,a) \Vdash_V (\varphi \wedge \psi) & \leftrightharpoons & (M,a) \Vdash_V \varphi \text{ and } (M,a) \Vdash_V \psi; \\
(M,a) \Vdash_V (\varphi \vee \psi) & \leftrightharpoons & (M,a) \Vdash_V \varphi \text{ or } (M,a) \Vdash_V \psi; \\
(M,a) \Vdash_V (\neg\varphi) & \leftrightharpoons & (M,a) \Vdash_V \varphi \text{ does not hold}; \\
(M,a) \Vdash_V \Diamond\varphi & \leftrightharpoons & \exists b\ (a \leq b\ \&\ (M,b) \Vdash_V \varphi); \\
(M,a) \Vdash_V \Box\varphi & \leftrightharpoons & \forall b\ (a \leq b \Rightarrow (M,b) \Vdash_V \varphi); \\
(M,a) \Vdash_V \Diamond_j\varphi & \leftrightharpoons & \exists b\ (aR_jb\ \&\ (M,b) \Vdash_V \varphi); \\
(M,a) \Vdash_V \Box_j\varphi & \leftrightharpoons & \forall b\ (aR_jb \Rightarrow (M,b) \Vdash_V \varphi); \\
(M,a) \Vdash_V \Diamond_{Prev}\varphi & \leftrightharpoons & \exists b\ (b\, Prev\, a\ \&\ (M,b) \Vdash_V \varphi).
\end{array}$$

При таком подходе отношение $\Vdash$ становится множеством, позволяя читателю оставаться в рамках ZF (или ZFC).

Определение 3.2

Определение излишне сложно и неоднозначно. Множество Pos_n вводится, но используется непоследовательно. Фраза “unique set $P_n[C(i)]$ of some sets Pos_n” запутывает. Кроме того, кванторы по $Y_n \in Pos_n$ и затем по $Y_m \notin P_n[C(i)]$ смешивают разные уровни. Необходимо более чёткое определение.

Возможно, следующая формулировка более ясна (в тех же обозначениях), но надо проверить её корректность, т.к. я мог что-то неверно понять:

Пусть $P_n = \{p_1, \ldots, p_n\}$. Для любого $Y \subseteq P_n$ определим

$$\psi(Y) = \bigwedge_{p \in Y} p \ \wedge\ \bigwedge_{p \notin Y} \neg p.$$

Модель $M = \langle F, V \rangle$ называется *замороженной относительно* P_n, если для каждого кластера $C(i)$ существует (возможно, пустое) семейство $\mathcal{F}_i \subseteq \mathcal{P}(P_n)$ такое, что:

- для любого $Y \in \mathcal{F}_i$ найдётся такое состояние $a_Y \in C(i)$, что

$$a_Y \Vdash \psi(Y) \ \wedge\ \bigwedge_{j \in J} \Box_j \psi(Y);$$

- для любого $Y \subseteq P_n$, такого что $Y \notin \mathcal{F}_i$, и для любого $b \in C(i)$,

$$b \not\Vdash \psi(Y) \wedge \bigwedge_{j \in J} \Box_j \psi(Y).$$

Семейство $\mathcal{F}_i$ тогда однозначно определено моделью и P_n.

Это устраняет вспомогательное множество Pos_n и неоднозначную фразу "unique set $P_n[C(i)]$ of some sets Pos_n".

Определение логики L

Логика определяется как множество формул, истинных во всех моделях с замороженными состояниями *относительно множества переменных, входящих в формулу*. Это делает класс моделей зависящим от формулы, что необычно. Это также ставит вопрос о замкнутости относительно подстановки: подстановка может ввести новые переменные, и тогда модель должна быть заморожена относительно большего множества. Автор не обсуждает это, хотя вопросы унификации связаны с понятием подстановки.

Кроме того, техника проективных формул (определение 2.3, лемма 2.4) опирается на свойства нормальной модальной логики (в частности, на возможность замены эквивалентных и на то, что $\Box$ является нормальным оператором). Автор просто постулирует, что "All definitions and facts recalled above are true (and applicable) to our logic", но не проверяет, что логика L действительно удовлетворяет необходимым свойствам. Это может быть неочевидно из-за нестандартного определения семантики (например, имеется зависимость от P_n).

Затруднения с доказательствами

Лемма 3.3

Лемма утверждает существование алгоритма, проверяющего унифицируемость и строящего унификатор, подставляющий только $\top$ или $\bot$. Доказательство использует конкретную модель M_0 (с одноэлементными кластерами и всеми переменными, истинными везде). Затем утверждается, что если φ унифицируема, то замена каждого ψ_j на его истинностное значение в M_0 даёт формулу, истинную в одноэлементной модели. Этот шаг не обоснован: ψ_j могут содержать модальности, и их истинностные значения могут меняться по состояниям M_0, поэтому замена на константы в общем случае не сохраняет истинность. Доказательство недостаточно.

Но сложность в другом: в определении модели говорится о бесконечной последовательности непересекающихся кластеров (в предположении, что $N = \mathbb{N}$ или $N = \mathbb{Z}$). Поэтому неясно, что позволяет нам рассматривать одноэлементную модель, и как можно "easy to calculate" что-то в модели, которая, согласно определению автора, таковой не является.

Эти моменты требуется прояснить читателю.

Определение $\sigma(p_i)$ в теореме 3.4

Выключная формула для $\sigma(p_i)$ синтаксически некорректна: пропущенные скобки, неопределённые переменные, такие как SV_p и SV_P, а также tv с неоднозначным аргументом (обращаю внимание, что формула зависит лишь от p_i, согласно обозначению). Невозможно восстановить корректную формулу по приведённому тексту. В целом, формула так и осталась нечитаемой. Наличие пояснения к формуле могло бы помочь, но оно тоже не появилось (появился лишь текст о её важности).

Требуется сделать определение корректным. Желательно сопроводить его пояснениями, касающимися объяснения устройства формулы (а не оценки важности этой формулы).

Доказательство теоремы 3.4

Доказательство содержит пробелы (даже если игнорировать синтаксические трудности, описанные выше):

- Рассматриваются три случая ($\neg\Diamond\Box\varphi$, $\Box\varphi$, и $\neg\Box\varphi \wedge \Diamond\Box\varphi$), но не показано, что дизъюнкты $\sigma(p_i)$ взаимно исключают друг друга или что заявленные эквивалентности выполняются.

- В первом случае утверждение, что $\sigma(p_i)$ сводится к $\epsilon(p_i)$, опирается на то, что все остальные дизъюнкты ложны, но это не обосновывается.

- Во втором случае утверждается, что σ не меняет истинностных значений, но определение $\sigma(p_i)$ содержит член $(\Box\varphi) \wedge p_i$; насколько я вижу, для эквивалентности $p_i \equiv \sigma(p_i)$ нужно также убедиться, что другие дизъюнкты ложны во всех состояниях, достижимых по $\Box\varphi$. Такого обоснования не приведено.

- Третий случай пытается использовать "нижайший кластер", где $\Box\varphi$ истинно, и замороженные множества. Утверждение, что дизъюнкт, индексированный $SV_p = P_n[C(i)]$, истинен, не обосновано. Более того, определение

$tv(SV_p, p_i)$ зависит от выбранного ASV_p в SV_p, но если SV_p содержит более одного элемента, ASV_p не определён однозначно. (Выше говорится о том, что ASV_p фиксируется; но там же рассуждается о случае "else", и в итоге остаётся неясным, что же произошло с ASV_p к моменту определения формулы).

- Добавлю, что в третьем случае автор выбирает "lowest cluster where $\Box\varphi$ is true". Если множество индексов кластеров — натуральные числа, то такой кластер существует. Однако автор нигде не уточняет, что $N = \mathbb{N}$. Более того, если разрешить отрицательные индексы (например, если $N = \mathbb{Z}$), то наименьшего может не быть. Если N — произвольное множество, то совершенно неясно, как устроен порядок на нём; в частности, оно может не быть вполне упорядоченным.

- Леммы 3.5 и 3.6 сформулированы без надлежащей индукции. Желательно явно сформулировать доказываемое индукцией утверждение (сейчас оно сформулировано неточно) и привести явно обоснование индукционного шага для модальностей.

В целом доказательство не выглядит корректным. Требуется прояснить для читателя, как минимум, отмеченные моменты.