

## Исправления в соответствии с рецензией

1. Добавлен следующий текст:

"При запрете на элиминацию импликации задача выяснения возможности свободного назначения для эквивалентных переменных сильно связанной компоненты становится, вообще говоря, существенно труднее проблемы выполнимости булевой функции. В частности, трудность этой проблемы может быть оценена классом **DP**, определяемым как множество языков  $L = L_1 \cap L_2$ , где  $L_1 \in \mathbf{NP}$ ,  $L_2 \in \mathbf{co-NP}$  (см. [58], пункт 17.1)."

2. Добавлен следующий текст:

"Определение класса **TFNP** опирается на класс **FNP**. Обычно определение класса **FNP** вводится через определение класса **NP** на основе проверочного отношения. Согласно [Cook2006], проверочное отношение — это бинарное отношение  $R \subseteq \Sigma^* \times \Pi^*$  для некоторых алфавитов  $\Sigma$  и  $\Pi$ . Произвольному проверочному отношению  $R$  можно поставить в соответствие язык  $L_R = \{x\#y \mid R(x, y)\}$  над алфавитом  $\Sigma \cup \Pi \cup \{\#\}$ , где  $\# \notin \Sigma$ . Говорят, что отношение  $R$  вычислимо за полиномиальное время, если  $L_R \in \mathbf{P}$  [Cook2006]. Язык  $L$  над алфавитом  $\Sigma$  принадлежит классу **NP** тогда и только тогда, когда существует натуральное число  $k$  и вычислимо за полиномиальное время проверочное отношение  $R$  такие, что для всех  $x \in \Sigma^*$  слово  $x$  принадлежит языку  $L$  тогда и только тогда, когда существует  $y$ , удовлетворяющее условиям  $|y| \leq |x|^k$  и  $R(x, y)$  [Cook2006]. Для произвольного языка  $L \in \mathbf{NP}$  мы можем определить проблему  $FL$ , требующую на вход  $x \in \Sigma^*$  ответить "Нет", если  $x \notin L$ , и найти  $y \in \Pi^*$ , если  $x \in L$ . Соответственно, класс **FNP** можно определить как множество  $\{FL \mid L \in \mathbf{NP}\}$  (см. [58], глава 10). Формально класс **TFNP** определяется как подкласс класса **FNP**, состоящий из всех проблем имеющих решение для любых исходных данных (см. [58], глава 10)."

Добавлена библиографическая ссылка:

[Cook2006] Cook S. The P versus NP Problem // *The Millennium Prize Problems* /Eds. J. Carlson, A. Jaffe, and A. Wiles. Providence: American Mathematical Society, 2006. P. 87–104.

3. Добавлен следующий текст и соответствующие библиографические ссылки:

"Заметим, что повышение сложности множества  $M$  в общем случае создает определенные трудности как злоумышленнику, так и защитнику. Однако злоумышленнику необходимо решать задачу принадлежности множеству  $M$ , что соответствует проблеме распознавания множества  $M$ : в общем случае множество распознаваемых языков равно классу рекурсивных языков **R**. Защитнику необходимо уметь решать лишь задачу генерации множества  $M$ , что соответствует проблеме перечисления множества  $M$ : в общем случае множество перечислимых языков равно классу рекур-

сивно перечислимых языков  $\mathbf{RE}$ . Хорошо известно, что  $\mathbf{R} \subset \mathbf{RE}$ . Поэтому в общем случае защитник имеет существенное преимущество, располагая возможностью выбрать язык из множества  $\mathbf{RE} \setminus \mathbf{R}$ . Естественно соотношение  $\mathbf{R} \subset \mathbf{RE}$  гарантирует защитнику лишь теоретическое преимущество, поскольку с практической точки зрения представляют интерес лишь полиномиальные вычисления. На сегодняшний день известно несколько полиномиальных аналогов класса рекурсивно перечислимых языков (см., например, [?, ?, ?, ?]). В частности, в работе [?] введено понятие полиномиальной перечислимости по итерации. Как показано в работе [?], класс языков, которые полиномиально перечислимы по итерации, является весьма обширным (см. [?], теорема 4.2) и, в частности, включает все  $\mathbf{EXPTIME}$ -полные языки (см. [?], следствие 4.7), где  $\mathbf{EXPTIME}$  — класс языков, которые распознаваемы за экспоненциальное время. Поэтому защитник за полиномиальное время может генерировать, например, множество  $M$ , являющееся некоторой комбинацией  $\mathbf{EXPTIME}$ -полных языков. При этом злоумышленнику придется осуществлять гарантированно экспоненциальное по времени вычисление только для решения задачи принадлежности множеству  $M$ . Таким образом, учитывая то, что  $\mathbf{P} \neq \mathbf{EXPTIME}$ , при использовании такого подхода к шифрованию невозможность взлома за полиномиальное время можно гарантировать даже в случае  $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ ."