

The report on the article "Perturbations of Unbounded Fredholm Linear Operators in non-archimedean Banach Spaces"
by Abdelkhalek El Amrani, Youness Hadder, Yassine Mouzour

Работа производит странное впечатление: авторы вводят широко известное понятие сильно подчиненного оператора и доказывают для них сохранение свойств Фредгольмовости и сохранение индекса. Для операторов $A + B$, где B сильно подчинен оператору A это хорошо известно (см., например, М.Ш.Бирман, М.З.Соломяк, Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве, «Лань» (Санкт-Петербург), 2022. Глава 3, § 4).

Английский вариант: M.S. Birman, M.Z. Solomyak, Spectral Theory of Self-Adjoint Operators in Hilbert Space, part of the book series: Mathematics and its Applications (MASS, volume 5) 1987.

Авторы рассматривают сумму трех операторов: $A_1 + A_2 + A_3$, но при этом A_2 сильно подчинен A_1 . а оператор A_3 сильно подчинен сумме $A_1 + A_2$. Мне переход к сумме трех операторов кажется надуманным.

По поводу раздела о замкнутости операторных матриц можно сказать следующее. Условие замкнутости диагональной операторной матрицы является очевидным. А по поводу произвольных операторных матриц авторам полезно посмотреть работу F.V. Atkinson, H. Langer, R. Mennicken, A.A. Shkalikov, The essential spectrum of some matrix operators в журнале Mathematische Nachrichten, издательство Wiley - V C H Verlag GmbbH & Co. (Germany), том 167, с. 5-20 1994, в которой получены более существенные результаты.

Мотивация рассмотрения неархимедовых норм представляется слабой. Непонятно, насколько это важно с точки зрения приложения. Тем более, при рассмотрении сильно подчиненных операторов все оценки для норм получаются через одну норму $\|AX\|$ самого сильного оператора A .

Резюмируя, новизна представленных результатов сомнительна, их важность не представляет интереса. Исходя из вышесказанного, я не могу рекомендовать статью "Perturbations of Unbounded Fredholm Linear Operators in non-archimedean Banach Spaces" к публикации в Сибирских электронных математических известиях.

The paper creates a strange impression: the authors introduce the well-known concept of a strongly subordinate operator and prove that the Fredholm property and index are preserved for them. This is well known for operators $A + B$, where B is strongly subordinate to A (see, for example, M.Sh. Birman, M.Z. Solomyak, Spectral Theory of Self-Adjoint Operators in Hilbert Space, "Lan"(St. Petersburg), 2022. Chapter 3, 4).

English version: M.S. Birman, M.Z. Solomyak, Spectral Theory of Self-Adjoint Operators in Hilbert Space, part of the book series: Mathematics and its Applications (MASS, volume 5), 1987.

The authors consider the sum of three operators: $A_1 + A_2 + A_3$, but A_2 is strongly subordinate to A_1 . and the operator A_3 is strongly subordinate to the sum $A_1 + A_2$. The transition to a sum of three operators seems far-fetched to me.

Regarding the section on the closure of operator matrices, the following can be said. The condition for a diagonal operator matrix to be closed is obvious. Regarding arbitrary operator matrices, the authors would do well to refer to the paper F.V. Atkinson, H. Langer, R. Mennicken, and A.A. Shkalikov, "The Essential Spectrum of Some Matrix Operators," in the journal Mathematical Studies, published by Wiley - V C H Verlag GmbH & Co. (Germany), vol. 167, pp. 5-20, 1994, where more substantial results are obtained.

The motivation for considering non-Archimedean norms seems weak. It is unclear how important this is from an application perspective. Moreover, when considering strongly

subordinate operators, all estimates for norms are obtained via a single norm $\|AX\|$ of the strongest operator A .

In summary, the novelty of the presented results is questionable, and their importance is of no interest.

Based on the above, I cannot recommend the article "Perturbations of Unbounded Fredholm Linear Operators in Non-Archimedean Banach Spaces" for publication in Siberian Electronic Mathematical News.