

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЪЕМА  
МАГМЫ В ДАЙКАХ С УЧЕТОМ КИНЕТИКИ  
КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Р.Ф. АБДУЛЛИН 

*Представлено Р.Ф. АБДУЛЛИНЫМ*

**Abstract:** The dynamics of magma ascent in dykes are strongly influenced by crystallization processes, which affect the rheological properties of silicate melts. We develop a mathematical model of magma ascent that explicitly accounts for crystallization kinetics. The model reproduces the evolution of crystal size distribution and demonstrates how the interplay between nucleation and growth controls the temporal and spatial structure of the crystalline phase. Such modeling provides a quantitative framework for interpreting textural variations in magmatic rocks and linking crystallization dynamics to magma flow.

**Keywords:** magma ascent, dyke, crystal size distribution, numerical modeling.

---

ABDULLIN, R.F., MATHEMATICAL MODELING OF MAGMA ASCENT IN DYKES WITH CRYSTALLIZATION KINETICS.

© 2025 АБДУЛЛИН Р.Ф..

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект FWGG-2022-0002).

*Поступила 1 января 2023 г., опубликована 31 декабря 2023 г.*

## 1 Введение

Подъём магмы в дайках является одним из основных механизмов её транспорта от очага к приповерхностным зонам. Изменение давления и температуры при движении расплава приводит к дегазации и кристаллизации, что существенно влияет на вязкость и режим течения магмы. Изучение кристаллизации силикатных магм позволяет связать текстуру изверженных пород с динамикой подъема магмы [1, 2, 3]. Последовательность процессов, происходящих при подъеме магмы из больших глубин к поверхности, включает уменьшение давления и температуры, дегазацию летучих компонентов и, как следствие, увеличение температуры ликвидуса и возникновение эффективного переохлаждения. Это приводит к росту кристаллов, которые оказывают определяющее влияние на реологию магмы.

Кристаллизация магмы является неравновесным процессом, который протекает с конечными скоростями и определяется двумя основными механизмами — нуклеацией (появлением новых кристаллов) и ростом существующих кристаллов. Скорости этих процессов зависят от величины эффективного переохлаждения, давления, состава расплава и содержания летучих компонентов. Экспериментальные исследования, выполненные в условиях контролируемой декомпрессии, показали, что при падении давления скорости нуклеации и роста кристаллов изменяются нелинейно в зависимости от величины эффективного переохлаждения. При умеренных значениях  $\Delta T_{\text{eff}}$  наблюдаются максимальные скорости роста, тогда как при более сильных переохлаждениях процесс замедляется вследствие роста вязкости расплава и снижения диффузионной подвижности компонентов, необходимых для роста [2, 3]. Конкуренция процессов роста и нуклеации приводит к распределению кристаллов по размерам. Кристаллы появившиеся в начале подъема вырастают большего размера. При большом переохлаждении доминирует нуклеация, что приводит к образованию большого количества мелких кристаллов.

Целью настоящей работы является разработка математической модели подъема магмы в дайке с учётом кинетики кристаллизации. В отличие от равновесных подходов, в предлагаемой модели скорости нуклеации и роста задаются как функции эффективного переохлаждения  $\Delta T_{\text{eff}}$ , что позволяет количественно учитывать влияние кристаллизации на изменение реологических свойств и динамику потока. Кроме того, включение кинетики даёт возможность описывать распределение кристаллов по размерам, характер которого отражает историю декомпрессии, теплового режима и скорости движения магмы.

## 2 Математическая модель

Математическая модель подъема магмы в дайках, рассматриваемая в данной работе, основана на модели, предложенной ранее в статье [6]. Здесь вкратце приведем основные уравнения модели. Будем считать,

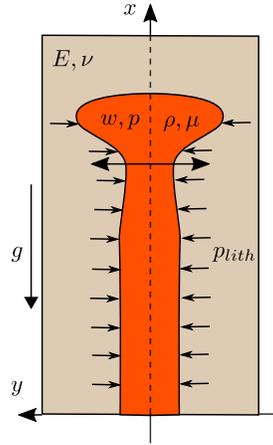


Рис. 1. Схема системы «дайка — вмещающая порода». Магма в дайке характеризуется вязкостью  $\mu$ , плотностью  $\rho$ , давлением  $p$  и температурой  $T$ . Вмещающая порода моделируется как линейная упругая среда с постоянными модулем Юнга  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$

что даяка представляет собой трещину постоянной ширины, растущую в вертикальном направлении. Пусть вертикальная ось задается координатой  $x$ . Магма представляет собой многофазную среду, и её плотность может быть представлена как сумма объёмных плотностей всех компонентов

$$\rho = \rho_m + \rho_c + \rho_d + \rho_g, \quad (1)$$

где  $\rho_m$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_d$  и  $\rho_g$  — соответственно объёмные плотности расплава, кристаллической фазы, растворённого и выделившегося газа. Их значения выражаются через плотности соответствующих чистых фаз следующим образом:

$$\rho_g = \alpha \rho_g^0, \quad (2)$$

$$\rho_c = (1 - \alpha) \beta \rho_c^0, \quad (3)$$

$$\rho_d = (1 - \alpha)(1 - \beta) c \rho_m^0, \quad (4)$$

$$\rho_m = (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - c) \rho_m^0. \quad (5)$$

Как и в работе [6], считаем, что все фазы движутся с одинаковой скоростью  $v$ . Тогда уравнение сохранения массы для магмы в дайке записывается в виде

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho q)}{\partial x} = \rho_{ch} Q_{ch} \delta(x - x_{ch}), \quad (6)$$

при этом  $w$  — раскрытие даяки,  $q = wv$  — поток магмы в дайке,  $Q_{ch}$  — скорость поступления магмы из источника, расположенного на глубине

$x_{ch}, \rho_{ch}$  — плотность магмы в источнике, а  $\delta(x)$  — дельта-функция Дирака. Объёмный расход магмы в трещине  $q = vw$  выражается через теорию смазки следующим образом:

$$q = -\frac{w^3}{12\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right). \quad (7)$$

Вязкость магмы  $\mu$  определяется, прежде всего, температурой  $T$ , составом расплава  $\mathbf{X}$  и объёмной долей кристаллов

$$\mu = \mu_m(T, \mathbf{X}) \cdot \theta(\beta), \quad (8)$$

где  $\mu_m(T, \mathbf{X})$  — вязкость чистого расплава, рассчитываемая по модели из [11].  $\theta(\beta)$  — функция, учитывающая влияние кристаллов на вязкость, имеет следующий вид:

$$\theta(\beta) = \phi(\beta) \frac{1 + \left( \frac{\beta}{\beta_*} \right)^\delta}{\left( 1 - \varepsilon \operatorname{erf} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\beta}{2\varepsilon\beta_*} \left[ 1 + \frac{\beta}{\beta_*} \right]^\gamma \right\} \right)^{2.5\beta_*}}. \quad (9)$$

Коррекция  $\phi(\beta)$  учитывает изменение состава остаточного расплава и аппроксимируется на основе работы [12]

$$\phi(\beta) = \exp [a_1(\beta - \beta_{ch}) + a_2(\beta - \beta_{ch})^2], \quad (10)$$

где  $a_1$  и  $a_2$  — эмпирические коэффициенты,  $\beta_{ch}$  — начальное содержание кристаллов в магме источника.

Закон сохранения энергии для потока магмы внутри дайки имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho we) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho eq) = 2q_n - p \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \Phi + Q_c. \quad (11)$$

Здесь  $e(p, T)$  — удельная внутренняя энергия магмы, определяемая как функция температуры  $T$  и давления  $p$

$$e(p, T) = \frac{e_g(p, T)\rho_g + C_m(\rho_m + \rho_d)T + C_c\rho_c T}{\rho}, \quad (12)$$

где  $e_g(p, T)$  — удельная внутренняя энергия выделившегося газа.

Первый член в правой части уравнения (11) описывает потери тепла за счёт теплопроводности между магмой и окружающей породой и выражается как

$$q_n = -k_r \frac{\partial T_r}{\partial y}, \quad (13)$$

где  $k_r$  — теплопроводность породы,  $T_r$  — температура вмещающих пород,  $y$  — координата, перпендикулярная к границе дайки, которую можно считать горизонтальной из-за большого соотношения длины к раскрытию дайки. Для расчёта температурного поля вокруг дайки решается одномерное уравнение теплопроводности во вмещающей породе

$$\rho_r C_r \frac{\partial T_r}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_r \frac{\partial T_r}{\partial y} \right) = 0. \quad (14)$$

Второй член в правой части уравнения (11) представляет работу сил давления, связанную с изменением плотности, усреднённую по раскрытию дайки. Выделение тепла вследствие вязкого трения  $\Phi$  может быть аналитически рассчитано для параболического профиля скорости

$$\Phi = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \mu \dot{\Phi} dy = \frac{w^3}{12\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \right)^2. \quad (15)$$

Величина  $Q_c$  в уравнении (11) описывает выделение скрытой теплоты кристаллизации

$$Q_c = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} L_* \frac{d\rho_c}{dt} dy = L_* \frac{d(\rho_c w)}{dt}. \quad (16)$$

Давление магмы внутри дайки складывается из литостатического давления  $p_{\text{lith}}$  и дополнительного упругого давления  $p_e$ , возникающего из-за раскрытия дайки

$$p = p_{\text{lith}} + p_e, \quad (17)$$

где литостатическое давление  $p_{\text{lith}}$  определяется как

$$p_{\text{lith}}(x) = p_{\text{atm}} + g \int_x^0 \rho_r(x') dx', \quad (18)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $\rho_r(x)$  — плотность вмещающей породы на глубине  $x$ , а  $p_{\text{atm}}$  — атмосферное давление на поверхности. Упругое давление  $p_e$ , связанное с раскрытием трещины  $w$  в упругой среде, выражается через интегральное уравнение [8]

$$p_e(x, t) = -\frac{E}{4\pi(1-\nu^2)} \int_{l_b(t)}^{l_t(t)} \frac{\partial w(s, t)}{\partial s} \frac{ds}{s-x}, \quad (19)$$

где  $E$  — модуль Юнга вмещающей породы,  $\nu$  — коэффициент Пуассона, а  $l_b$  и  $l_t$  — глубины нижнего и верхнего фронтов дайки соответственно.

**2.1. Кинетика кристаллизации.** В предыдущей работе [6] рассматривалась равновесная зависимость объёмной доли кристаллов  $\beta$  от температуры и давления. Однако в реальных условиях подъёма магмы в дайке кристаллизация расплава представляет собой более сложный процесс [1]. Она основана на процессах нуклеации и роста кристаллов, зависящих от переохлаждения магмы. При этом сам расплав может состоять из нескольких фаз, каждая из которых кристаллизуется при определённых условиях.

Пусть в магме содержится  $N$  кристаллических фаз, тогда

$$\beta = \sum_{i=1}^N \beta_i, \quad (20)$$

Для каждой фазы введем функцию распределения кристаллов по размеру  $n_i$ , тогда объемная доля кристаллов каждой фазы определяется как

$$\beta_i = \sigma_i \int_0^{\infty} n_i l^3 dl. \quad (21)$$

Здесь  $\sigma_i$  — поправка на форму кристаллов  $i$ -й фазы,  $l$  — характерный размер (диаметр) кристаллов. Для каждой фазы можно записать уравнение кинетики кристаллизации в следующем виде:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v}{\partial x} + U_i \frac{\partial n_i}{\partial l} = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (22)$$

где  $U_i$  — скорость роста кристаллов  $i$ -й фазы. Начальные и граничные условия задаются как

$$n_i|_{t=0} = n_{i,0}, \quad (23)$$

$$n_i|_{l=0} = \frac{I_i}{U_i}, \quad (24)$$

$$n_i|_{x=x_{ch}} = n_{i,ch}, \quad (25)$$

где  $n_{i,0}$  — начальное распределение кристаллов по размеру,  $n_{i,ch}$  — распределение в магме источника, а  $I_i$  — скорость нуклеации кристаллов.

Проинтегрировав уравнение (22) по раскрытию дайки, получим уравнение для объемной доли кристаллов в дайке

$$\frac{\partial(n_i w)}{\partial t} + \frac{\partial(n_i q)}{\partial x} + U_i \frac{\partial(n_i w)}{\partial l} = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (26)$$

Эффективное переохлаждение расплава магмы в дайке

$$\Delta T_{\text{eff}} = (T_L - T) (1 - \beta/\beta_{\text{eq}}), \quad (27)$$

где  $T_L$  — температура ликвидуса,  $T$  — текущая температура расплава,  $\beta$  — текущая доля кристаллов, а  $\beta_{\text{eq}}$  — равновесная доля при данных  $P$ – $T$  условиях. Скорость роста кристаллов  $U$  и скорость нуклеации  $I$  зависят от величины эффективного переохлаждения и аппроксимируются в виде

$$U = U_0 \exp\left(-\frac{a_g}{T}\right) \Delta T_{\text{eff}} \exp\left(-\left|\frac{\Delta T_{\text{eff}} - b_g}{c_g}\right|^2\right), \quad (28)$$

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{a_n}{T}\right) \exp\left(-\left|\frac{\Delta T_{\text{eff}} - b_n}{c_n}\right|^{2.2}\right). \quad (29)$$

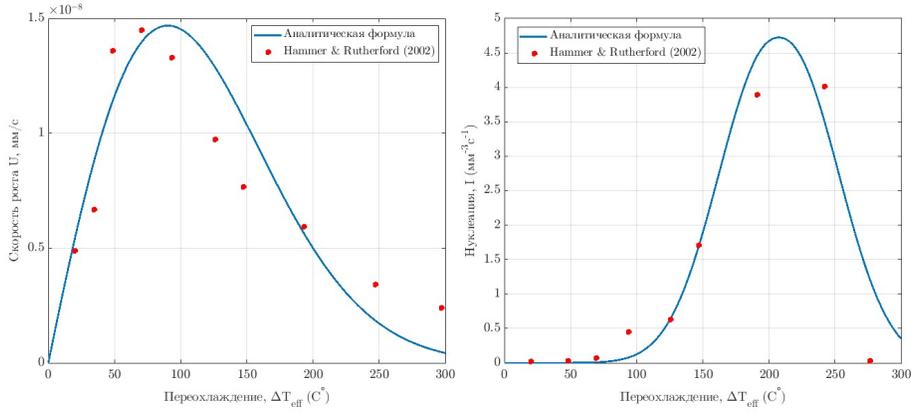


Рис. 2. Сравнение зависимостей скоростей роста  $U$  и нуклеации  $I$ , определяемых уравнениями (28) и (29), с экспериментальными данными Hammer & Rutherford [2] (рис. 15). Красные точки — экспериментальные значения, синяя линия — аналитические зависимости, вычисленные при температуре  $T = 780^{\circ}\text{C}$ , соответствующей условиям эксперимента. Использованы параметры:  $U_0 = 1.2 \times 10^{-8} \text{ мм/с}$ ,  $I_0 = 1.96 \times 10^2 \text{ мм}^{-3}\text{с}^{-1}$ ,  $a_g = 3931$ ,  $b_g = -10.81$ ,  $c_g = 135.2$ ,  $a_n = 3931$ ,  $b_n = 207.5$ ,  $c_n = 59.84$ .

На рисунке 2 изображены сплошными линиями скорости роста (слева) и скорости нуклеации (справа), где параметры подобраны по экспериментальным данным (рис. 15 из работы [2]) для расплава при температуре  $T = 780^{\circ}\text{C}$ . Полученные кривые хорошо воспроизводят наблюдаемые в экспериментах зависимости. При увеличении переохлаждения наблюдается рост скоростей, а при больших  $\Delta T_{\text{eff}}$  — их снижение.

**2.2. Численная схема.** Численная схема для решения системы уравнений (6), (17), (11) и (26) основана на методе разрывных смещений для уравнения упругости и методе конечных объемов для законов сохранения массы и энергии. Детальная реализация описана в работе [6]. Для решения уравнений кинетики кристаллизации (26) введем дополнительно разбиение по размеру кристаллов  $0 = l_0 < l_1 < \dots < l_M = L$ . Тогда соотношение (21) для объемной концентрации кристаллов можно записать в виде

$$\beta_i \approx \sigma_i \sum_{j=0}^{M-1} n_{i,j} \frac{l_{j+1}^4 - l_j^4}{4}, \quad (30)$$

где  $n_{i,j}$  — значение функции распределения для  $i$ -ой фазы в  $j$ -м интервале по размеру. Численное решение уравнения (26) основано на неявной противопоточной схеме для метода конечных объемов. Для этого нужно проинтегрировать уравнение по контрольному объему  $[x_{k-1/2}, x_{k+1/2}] \times$

$[l_j, l_{j+1}]$

$$\frac{(n_i w)_{k,j}^{n+1} - (n_i w)_{k,j}^n}{t^{n+1} - t^n} + \frac{(n_i q)_{k+1/2,j}^{n+1} - (n_i q)_{k-1/2,j}^{n+1}}{x_{k+1/2} - x_{k-1/2}} + U_i^{n+1} \frac{(n_i w)_{k,j+1}^{n+1} - (n_i w)_{k,j}^{n+1}}{l_{j+1} - l_j} = 0. \quad (31)$$

### 3 Численные результаты

В численных экспериментах рассматривается подъём кислой магмы, по минеральному составу преимущественно представленной плагиоклазом и мафическими минералами (пироксены, амфиболы, биотит). Согласно анализам андезитовых систем вулкана Суффриер-Хиллс [3], эти две фазы составляют основную долю кристаллического материала, тогда как суммарное содержание остальных минералов не превышает 2 %. Поэтому в расчётах они не учитывались. Равновесная кристаллизация для плагиоклаза и мафической фазы определяется по термодинамическим данным, полученным с использованием библиотеки *MAGEMin* [14], которая реализует минимизацию энергии Гиббса для силикатных систем и позволяет строить карты равновесных фаз по температуре, давлению и исходной водонасыщенности расплава. Для всех расчётов использовались параметры, приведённые в таблице 2 из работы [6].

На рисунке 3 показано влияние начальной водонасыщенности расплава на кристаллизацию и динамику подъёма магмы в дайке. Повышение содержания воды снижает вязкость расплава, что способствует более быстрому подъёму магмы (см. рис. 3а, б). Однако при увеличении скорости подъёма магма достигает более холодных слоёв, вследствие чего эффективное переохлаждение вблизи кончика дайки возрастает. В этих условиях процесс нуклеации начинает доминировать над ростом кристаллов, что отражено на функции распределения кристаллов по размеру (рис. 3в, г). При более плавном подъёме, соответствующем низкому содержанию воды, процесс кристаллизации протекает близко к равновесному режиму, как показано на рисунке 4. Здесь сплошные линии соответствуют рассчитанной объёмной доле кристаллов  $\beta$ , пунктирные — равновесному значению  $\beta_{\text{eq}}$ , вычисленному при тех же давлении и температуре. При большей водонасыщенности отклонение от равновесного состояния становится более заметным, и скорость образования кристаллов начинает отставать от термодинамического предела.

На рисунке 5 представлены результаты расчётов для различных значений массы магмы, поступающей из очага. Характер изменения параметров аналогичен результатам, полученным при варьировании водонасыщенности расплава. При меньшей массе  $M$  подъём магмы происходит медленнее, что приводит к меньшим скоростям охлаждения и более равновесным условиям кристаллизации. В этих случаях доминирует

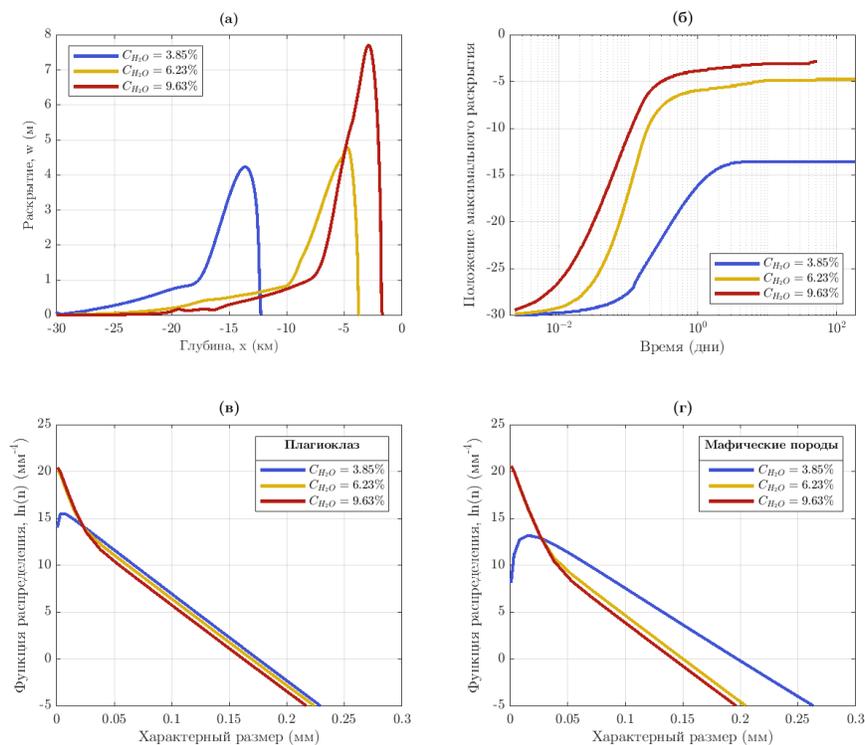


Рис. 3. Влияние начальной водонасыщенности расплава магмы на скорость подъёма и распределение кристаллов: (а) профиль раскрытия  $w(x)$ , (б) положение максимального раскрытия дайки от времени, распределение кристаллов по размеру (в) для плагиоклаза и (г) для мафических минералов в точке максимального раскрытия дайки. Синие линии — расчёт при  $C_{H_2O} = 3.85\%$  и зелёные — при  $C_{H_2O} = 6.23\%$  (момент времени  $t = 100$  дней), красные — при  $C_{H_2O} = 9.63\%$  (момент времени  $t = 50$  дней).

процесс роста кристаллов, формируются более крупные зёрна и меньшая плотность центров нуклеации. Напротив, при большей массе потока скорость подъёма увеличивается, переохлаждение у фронта возрастает, и преобладает нуклеация с образованием множества мелких кристаллов.

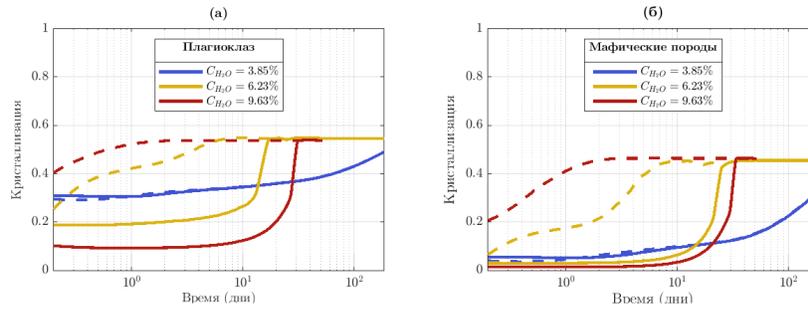


Рис. 4. Влияние начальной водонасыщенности расплава магмы на кристаллизацию во времени в точке максимального раскрытия дайки для плагноклаза (а) и для мафических минералов (б). Сплошными линиями показана объёмная концентрация кристаллов  $\beta$ , пунктирными — равновесное значение  $\beta_{eq}$ , вычисленное при рассчитанных давлении и температуре. Синие линии — расчёт при  $C_{H_2O} = 3.85\%$ , зелёные — при  $C_{H_2O} = 6.23\%$ , красные — при  $C_{H_2O} = 9.63\%$ .

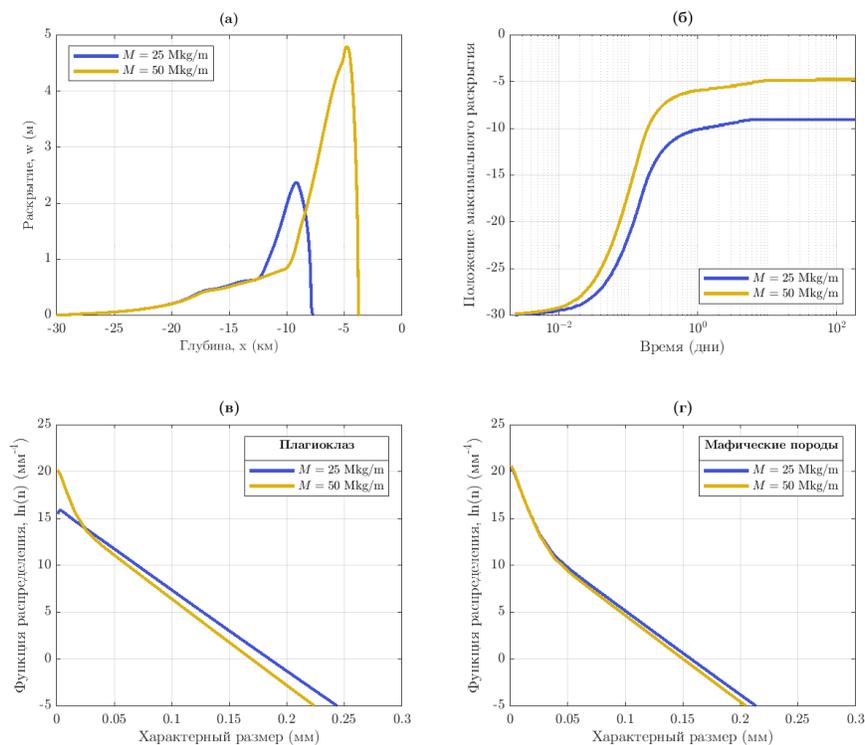


РИС. 5. Влияние общей массы магмы в дайке на скорость подъёма и распределение кристаллов: (а) профиль раскрытия  $w(x)$ , (б) положение максимального раскрытия дайки от времени, распределение кристаллов по размеру (в) для плагиоклаза и (г) для мафических минералов в точке максимального раскрытия дайки. Синие линии — расчёт при  $M = 25 \text{ Mkg/m}$ , жёлтые — при  $M = 50 \text{ Mkg/m}$ . Профили раскрытия и распределения кристаллов (а, в, г) показаны для момента времени  $t = 100$  дней.

## 4 Заключение

В работе представлена математическая модель подъёма магмы в дайке с учётом кинетики кристаллизации. В отличие от равновесных подходов, модель описывает процессы нуклеации и роста кристаллов в явном виде через зависимости от эффективного переохлаждения, что позволяет учитывать задержку кристаллизации при подъёме магмы. Такое описание обеспечивает согласованное рассмотрение тепловых, гидродинамических и кинетических эффектов, определяющих динамику магмы в дайке.

Численные расчёты показали, что увеличение начальной водонасыщенности или массы магмы приводит к ускорению её подъёма и росту переохлаждения вблизи кончика дайки, где активнее развивается нуклеация. При меньших значениях этих параметров движение медленнее, кристаллизация протекает ближе к равновесному состоянию, и преобладает рост уже существующих кристаллов. Модель воспроизводит распределение кристаллов по размерам и позволяет количественно связать микроструктуру магматических продуктов с динамикой потока в дайке.

Полученные результаты могут быть использованы для анализа текстурных данных, оценки условий подъёма магмы и совершенствования моделей магматических систем, в которых кристаллизация влияет на вязкость расплава.

## Благодарности

Автор выражает благодарность Мельнику О. Э. за обсуждение постановки задачи, идейную поддержку и критические замечания, оказавшие существенное влияние на содержание работы. Также автор благодарит научного руководителя Головина С. В. за общее руководство и внимание к выполнению исследования.

## References

- [1] O. Melnik, R.S.J. Sparks, *Dynamics of Magma Ascent and Lava Extrusion at Soufriere Hills Volcano, Montserrat*, in: The Eruption of Soufriere Hills Volcano, Montserrat from 1995 to 1999 (eds. T.H. Druitt, B.P. Kokelaar), Geological Society of London, Memoirs, **21** (2002), 0.
- [2] J.E. Hammer, M.J. Rutherford, *An Experimental Study of the Kinetics of Decompression-Induced Crystallization in Silicic Melt*, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, **107**:B1 (2002), ECV 8-1–ECV 8-24.
- [3] S. Couch, R.S.J. Sparks, M.R. Carroll, *The Kinetics of Degassing-Induced Crystallization at Soufriere Hills Volcano, Montserrat*, Journal of Petrology, **44**:8 (2003), 1477–1502.
- [4] S. Couch, C.L. Harford, R.S.J. Sparks, M.R. Carroll, *Experimental Constraints on the Conditions of Formation of Highly Calcic Plagioclase Microclites at the Soufriere Hills Volcano, Montserrat*, Journal of Petrology, **44**:8 (2003), 1455–1475.

- [5] K.S. Befus, B.J. Andrews, *Crystal Nucleation and Growth Produced by Continuous Decompression of Pinatubo Magma*, Contributions to Mineralogy and Petrology, **173**:11 (2018), 92.
- [6] R. Abdullin, O. Melnik, A. Rust, J. Blundy, E. Lgotina, S. Golovin, *Ascent of volatile-rich felsic magma in dykes: a numerical model applied to deep-sourced porphyry intrusions*, Geophysical Journal International, **236**:3 (2024), 1863–1876.
- [7] A. Tomiya, E. Takahashi, N. Furukawa, T. Suzuki, *Depth and evolution of a silicic magma chamber: melting experiments on a low-K rhyolite from Usu Volcano, Japan*, Journal of Petrology, **51**:6 (2010), 1333–1354.
- [8] N.I. Muskhelishvili, J.R.M. Radok, *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity: Fundamental Equations, Plane Theory of Elasticity, Torsion, and Bending*, P. Noordhoff, 1963.
- [9] R.A. Lange, *The effect of H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub> and F on the density and viscosity of silicate melts*, in: Volatiles in magmas, De Gruyter (2018), 331–370.
- [10] M.S. Ghiorso, G.A.R. Gualda, *An H<sub>2</sub>O–CO<sub>2</sub> mixed fluid saturation model compatible with rhyolite-MELTS*, Contributions to Mineralogy and Petrology, **169**:6 (2015), 53.
- [11] D. Giordano, J.K. Russell, D.B. Dingwell, *Viscosity of magmatic liquids: A model*, Earth and Planetary Science Letters, **271**:1 (2008), 123–134.
- [12] O. Dirksen, M.C.S. Humphreys, P. Pletchov, O. Melnik, Y. Demyanchuk, R.S.J. Sparks, S. Mahony, *The 2001–2004 dome-forming eruption of Shiveluch volcano, Kamchatka: Observation, petrological investigation and numerical modelling*, Journal of Volcanology and Geothermal Research, **155**:3 (2006), 201–226.
- [13] F. Holtz, W. Johannes, N. Tamic, H. Behrens, *Maximum and minimum water contents of granitic melts generated in the crust: A reevaluation and implications*, Lithos, **56** (2001), 1–14.
- [14] N. Riel, B.J.P. Kaus, E.C.R. Green, N. Berlie, *MAGEMin, an Efficient Gibbs Energy Minimizer: Application to Igneous Systems*, Geochemistry, Geophysics, Geosystems, **23**:7 (2022), e2022GC010427.

ABDULLIN RUSTAM FARITOVICH  
LAVRENTYEV INSTITUTE OF HYDRODYNAMICS SB RAS,  
PR. ACAD. LAVRENTYEVA 15,  
630090, NOVOSIBIRSK, RUSSIA  
Email address: [afaritovich@mail.ru](mailto:afaritovich@mail.ru)