Отзыв о работе С. Н. Сидорова
"Обратные задачи для трёхмерного уравнения параболо–гиперболического типа по нахождению сомножителей правых частей, зависящих от времени".

Для уравнения смешанного типа в цилиндре $Q = D \times (-\alpha, \beta)$ с основанием $D = (0,p) \times (0,q)$

$$\begin{cases} u_t - u_{xx} - u_{yy} + bu = f_1(x,y)g_1(t), & (x,y,t) \in D \times (0,\alpha) \equiv Q_+, \\ u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + bu = f_2(x,y)g_2(t), & (x,y,t) \in D \times (-\beta,0) \equiv Q_- \end{cases} \tag{1}$$

с начальным условием

$$u(x,y,-\alpha) = \psi(x,y),\ (x,y) \in \overline{D}, \tag{2}$$

и краевым условием

$$u(x,y,t) = 0,\ (x,y,t) \in \partial D \times [-\alpha, \beta], \tag{3}$$

рассматриваются следующие задачи.

Задача 1. Найти $u \in C(\overline{Q}) \cap C_t^1(Q) \cap C_{x,y}^1(\overline{Q}) \cap C_{x,y}^2(Q_+) \cup C^2(Q_-)$ из условий (1)–(3) с заданными гладкими функциями $\psi(x,y)$ и

$$F(x,y,t) = \begin{cases} f_1(x,y)g_1(t), & (x,y,t) \in D \times (0,\beta) \equiv Q_+\,, \\ f_2(x,y)g_2(t), & (x,y,t) \in D \times (-\alpha,0) \equiv Q_-\,. \end{cases}$$

Задача 2. Найти $u \in C(\overline{Q}) \cap C_t^1(Q) \cap C_{x,y}^1(\overline{Q}) \cap C_{x,y}^2(Q_+) \cup C^2(Q_-)$ и $g_1 \in C([0,\beta])$ из условий (1)–(3) и условию

$$u(x_0,y_0,t) = h_1(t), \quad 0 \leqslant t \leqslant \beta, \tag{4}$$

где ψ, h_1, f_i, g_2 – заданы, $(x_0,y_0) \in D$ – фиксирована.

Рассмотрены также аналогичные задачи 3 и 4 по определению функций u, g_2 и трёх функций u, g_1, g_2 из (1)–(3) и соответствующих условий.

Комментарии по работе удобно занумеровать.

1. **В целом по статье.** Текст плохо вычитан, имеются несогласованные падежи, повторы, бессмысленные предложения. Присутствуют математически неграмотные словосочетания: положительное действительное число, заданное любое действительное число и т.д. Необходимо, чтобы работу отредактировал математик со знанием русского языка.
   Нумерация формул по параграфам, поэтому, например, в статье присутствуют 5 разных формул с номером (4), такие ссылки непригодны.
2. **Постановка.** Ссылка на И.М. Гельфанда [1] некорректна. Доклад на конгрессе носил явно описательный характер, ожидать в нём чёткой постановки и путей решения одной из многих обсуждаемых задач неуместно. Кроме того, как следует из текста [1], И.М. Гельфанд в этой статье проблемы построения решения в явном виде для такой задачи не ставил.
   Во введении обсуждаются работы [2–6] по задачам типа сопряжения для уравнений разных типов в областях пространства, имеющих общую

часть границы. Эти задачи имеют физическую подоплеку и интерес к ним понятен. Желательно, чтобы автор привел модельную задачу, в которой возникают уравнения разных типов по переменной t и тогда станет понятен интерес к задачам вида (1)–(3). А пока подробное обсуждение работ [2–6] к делу не очень относится. Статьи [22–24], [27-29] посвящены задачам о восстановлении $f(x)$, но эти вопросы далеки от темы рецензируемой работы.

3. **Прямая задача.** Вывод ключевых соотношений (4) и (5) секции 2. Необходимо пояснить равенства пределов

$$\lim_{\varepsilon\to 0+} u'_{mn\varepsilon}(t) = u'_{mn}(t), \qquad \lim_{\varepsilon\to 0+} u''_{mn\varepsilon}(t) = u''_{mn}(t).$$

   Для применения теоремы нужна равномерная сходимость последовательности из производных. Откуда она следует?
   Формула (6) секции 2 не исключает, что $\lambda_{mn} \in \mathbb{C}$, а решения (8), (9) комплекснозначные. Это так? Замечание о том, что, без ограничения общности, можно считать $b = \mu^2 \geqslant 0$ вызывает вопросы и приводит к ошибке в рассуждениях.
   Ссылка на [8] для решения (4) и (5) выглядит странно, такие уравнения учат решать в курсе ОДУ. Тем более, что формулы не охватывают допустимый случай $\lambda_{mn} = 0$, т.е. содержат неточность.
4. **Теоремы.** Поверхностный взгляд на теоремы из представленной работы показывает, что гладкость заданных функций сильно завышена. Это обусловлено методом, но не отвечает существу задачи. В теоремах о разрешимости обратных задач в данном классе имеются необходимые условия существования решения и они должны присутствовать в формулировках. В связи с этим теорема 5.1 в приведённой формулировке просто неверна.
   Класс допустимых данных задачи чрезвычайно узок, например, условиям теоремы 2.2 не удовлетворяет простейший многочлен

$$\psi(x, y) = x(p - x)y(q - y).$$

   Следует также привести нетривиальные примеры задач для которых выполнены условия доказанных теорем. Лучше, чтобы это был целый класс прямых и обратных задач.
   Доказательство лемм 2.1 и 2.2 ссылается на неопубликованную работу [35], поэтому само доказательство этих ключевых утверждений проверено быть не может. По правилам журналов такие ссылки запрещены.

Учитывая сказанное выше, считаю, что работа С. Н. Сидорова "Обратные задачи для трёхмерного уравнения параболо–гиперболического типа по нахождению сомножителей правых частей, зависящих от времени" написана небрежно, содержит пробелы в формулировках и доказательствах основных результатов и поэтому не может быть рекомендована к опубликованию в журнале «Сибирские электронные математические известия».