

Отзыв рецензента

на статью Ал.С. Терсенова и Ар.С. Терсенова
«Вязкие решения уравнения фильтрации с младшими членами»,
представленную к опубликованию в
«Сибирских электронных математических известиях»

В статье Ал.С. Терсенова и Ар.С. Терсенова рассматривается первая начально-краевая задача для уравнения фильтрации с младшими членами

$$\partial_t u = \partial_{xx}^2 u^m + F(t, x, u, \partial_x u), \quad (t, x) \in \Omega_T = (0, T) \times (-l, l), \quad (m > 1),$$

с однородными граничными условиями и неотрицательной начальной функцией, непрерывной по Гёльдеру с показателем $1/m$.

Заменой искомой функции $v := \frac{m}{m-1} u^{m-1}$, где v согласно теории фильтрации имеет смысл функции давления, исходное уравнение приводится к эквивалентному виду

$$\partial_t v = (m-1)v \partial_{xx}^2 v + |\partial_x v|^2 + G(t, x, v, \partial_x v),$$

начально-краевая задача для которого и изучается в дальнейшем.

Основным результатом работы является теорема 1 о существовании у рассматриваемой задачи вязкого (в смысле М. Крэнделла и П.Л. Лионса) решения при определённых структурных ограничениях на функцию младших слагаемых G (и, соответственно, F). Эта теорема несёт существенную новизну, поскольку условия на функцию G (и F) ослаблены по отношению к ранее известным результатам. В этой связи, отдельно следует отметить лемму 2.3, которая усиливает результаты Б.Х. Гилдинга (1976) и С.Н. Кружкова (1979) о регулярности решения по временной переменной и потому имеет самостоятельную ценность.

В целом, работа Ал.С. Терсенова и Ар.С. Терсенова посвящена актуальной и интересной тематике; результаты статьи являются новыми, они подкреплены строгими доказательствами и несомненно привлекут внимание специалистов по математической теории фильтрации и по нелинейным эволюционным уравнениям в частных производных. Текст статьи написан хорошим научным языком, ясно и последовательно.

Имеются следующие незначительные пожелания и замечания по работе.

1. В определении 1 для полноты изложения желательно пояснить понятие касания суб- (супер-)решения v пробной функцией ϕ сверху (снизу).
2. Есть просьба уточнить, являются ли условия $v(t, -l) \leq 0$ и $v(t, l) \leq 0$ в определении 1 соответствующими как суб-, так и супер-решению.

3. Для полноты изложения желательно дать точную ссылку на какой-либо литературный источник, где приведено и доказано утверждение о классической разрешимости задачи типа приближённой задачи (2.1)–(2.3).
4. На 11-й странице в 8-й строке снизу не определилась ссылка на источник литературы.

Эти замечания носят стилистический характер и ни в какой мере не умаляют общую высокую оценку работы. **Рекомендую статью** Ал.С. Терсенова и Ар.С. Терсенова «Вязкие решения уравнения фильтрации с младшими членами» **к опубликованию** в журнале «Сибирские электронные математические известия».