

Рецензия на статью “Итерационный метод решения системы уравнений динамической теории упругости в частотной области с предобуславливателем на основе метода отражений”.

К.ф.-м.н. Белоносов М.А.

В данной статье автор описывает свою модификацию известного трехмерного упругого итерационного решателя (3D elastic iterative solver – технология, запатентованная под номером US10621266B2) в упрощенном, двухмерном случае. Данная модификация добавляет возможность разделения моделируемых сейсмических волн на P и S, а также на восходящие и нисходящие компоненты. Эта возможность дает дополнительные преимущества при обращении сейсмических данных с помощью упругого полного обращения волнового поля (FWI). Такое обращение сегодня является одной из самых многообещающих технологий в области обработки сейсмических данных. Ее разработкой занимаются ведущие отечественные и иностранные компании.

Важно отметить, что добавление решателю описываемой автором функциональности не стоит называть новым итерационным решателем (как делается в настоящей статье), ибо ее реализация не меняет основ уже известного и детально изученного в литературе решателя. Тем не менее, полученный результат представляет научный интерес, и, если хорошо описан, может быть опубликован. Для этого автору необходимо существенно переписать и доработать настоящую статью (major revision).

Ниже приводятся необходимые изменения и добавления. При этом я не указываю на мелкие орфографические и стилистические ошибки и опiski, которые в статье присутствуют. После внесения указанных ниже изменений статья будет существенно изменена, и уже тогда ее можно будет рассматривать на предмет такой корректировки.

- В п. 2 описывается постановка задачи и предобуславливатель. При этом отсутствует четкое математическое описание расчетной области и граничных условий решаемой краевой задачи. Автором решается такая же краевая задача как в статье [1] только в 2D случае. Автору рекомендуется использовать описание из этой статьи.
- В последнем параграфе на стр. 5 утверждается однозначная обратимость оператора L_0 . Данное утверждение никак не обосновывается. В работе [1] доказывается существование. Если автор может доказать единственность, это необходимо сделать. В противном случае нужно убрать утверждение о единственности из статьи.
- Первое предложение в п. 3 необходимо перефразировать: большие размеры СЛАУ будут только в 3D случае и они не связаны с неограниченной областью – задача решается в ограниченной области.

- В 1-ом параграфе п. 3 упоминается более быстрая сходимость IDR. Необходимо добавить ссылку на соответствующий источник. Так же необходимо объяснить почему был выбран IDR(4).
- В последнем предложении второго параграфа на стр. 7 вместо действия матрицы должно быть действие оператора.
- На Рис.1 необходимо пояснить какая именно задача имеется ввиду.
- В первых трех параграфах п. 3.1 отсутствует четкое математическое описание краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (8). Так же нет четкого описания каким образом автор пришел к этой системе – разложение v_{in} в ряд Фурье. Автору рекомендуется использовать описание из [1]. В том числе необходимо указать какие используются граничные условия для системы (8).
- На стр. 10 нужно поставить ссылку на метод вариации постоянных.
- В формуле (18) f_1, \dots, f_5 это не вектора.
- В п 4.1 автор указывает на наличие дисперсии при использовании конечно-разностной аппроксимации 4-ого порядка. При этом автор не приводит эту схему. В статье [1], при использовании схемы 4-ого порядка в расчетной области и 2-ого порядка для граничных условий, дисперсии не наблюдалось. Необходимо пояснить почему наблюдается дисперсия или убрать упоминание о ней, включая картинки.
- Нужно добавить сравнение времени решения (или числа операций) для решения краевой задачи для системы (8) методом отражений и методом конечных разностей.
- В п. 4.1 необходимо пояснить критерий выбора шага $\lambda_{min} / h \sim 2$. Так же следует пояснить почему во всех приведенных численных экспериментах $h_x = h_z$.
- Необходимо добавить графики сходимости IDR(N) для разного N, а также для BiCGSTAB. Аналогично работе [2], это нужно сделать для модели Marmoussi (модель находится в открытом доступе). Так же показать результаты для разных волновых полей – P, S и полного, рассчитанных в этой модели. Это будет наглядным примером предложенной модификации по сравнению с уже известными в литературе результатами.
- В первом абзаце на стр. 14 $tol=10^{-6}$. В [1] и [2] для BiCGSTAB $tol=10^{-3}$. Необходимо пояснить для чего необходим такой маленький tol для IDR.
- Необходимо переписать Abstract с учетом корректировок, описанных в этой рецензии. В том числе убрать информацию о деталях уже известного решателя и сконцентрироваться на преимуществах разработанной модификации.
- Во введении необходимо добавить более детальное объяснение зачем нужно разделение волн в FWI и добавить ссылки на последние достижения в eFWI.
- В заключении автору необходимо описать как он видит дальнейшее развитие предложенного метода. В частности, можно упомянуть трехмерное решение, возможность применения машинного обучения и распараллеливание.

[1] Belonosov, M., Kostin, V., Neklyudov, D. and Cheverda, V. [2018]. 3D numerical simulation of elastic waves with a frequency-domain iterative solver. *Geophysics*, 83(6), T333-T344.

[2] Belonosov, M., Cheverda, V., Kostin, V. and Neklyudov, D. [2019]. Parallelization strategy for wavefield simulation with an elastic iterative solver. Springer, RuSCDays, CCIS 965, 331-342.