

Рецензия на статью А. Н. Рыбалова “О проблеме $P = NP$ в некоторых кольцах”

Рецензент

10-го мая 2025 г.

В данной работе изучается проблема P vs DNP для колец с нильпотентным элементом индекса нильпотентности $k > 1$, который является алгебраическим над \mathbb{Z} степени k . Автор доказывает, что для таких колец $P_{\mathcal{R}} \neq DNP_{\mathcal{R}}$.

Результаты представляют интерес для специалистов в теории сложности вычислений. Отметим, что результаты на эту тему уже публиковались автором в журнале “Сибирские электронные математические известия” [1].

К этой работе у меня есть следующие замечания.

1. В лемме 2 используется множество $\Omega_{\mathcal{R}}$, которое не определено ранее или позднее.
2. В первой строчке последней формулы на странице 4 необходимо указать что $I \neq \emptyset$.
3. В лемме 4 необходимо пояснение почему предствление

$$f(x_1, \dots, x_n) = g(x_1, \dots, x_n)(x_1 + \dots + x_n) + h(x_1, \dots, x_{s-1}, x_{s+1}, \dots, x_n)$$

возможно. Т. е. почему вместо $h(x_1, \dots, x_{s-1}, x_s, x_{s+1}, \dots, x_n)$ можно использовать $h(x_1, \dots, x_{s-1}, x_{s+1}, \dots, x_n)$?

4. В формулировку теоремы 1 следует добавить η , так как это обозначение используется в доказательстве.
5. Лемма 5 является следствием известного из факта коммутативной алгебры. См., например, теорему 14 в параграфе 16 книги [2]. Поэтому доказательство можно упростить сославшись на этот факт после сведения к одному многочлену.
6. Возможно в доказательстве теоремы 1 сначала стоит объяснить выбор (a_1, \dots, a_n) .
7. В формулировке леммы 4 многочлены f_i имеют степень не больше k по любой переменной, но в самом конце доказательства сказано, что они имеют степень меньше k по любой переменной.

8. В доказательстве теоремы 1 сказано, что все многочлены $f_i(x_1, \dots, x_n)$ являются многочленами с коэффициентами из \mathbb{Z} , но они были получены по атомарным формулам сигнатуры кольца \mathcal{R} . В первом абзаце секции 4 сказано, что в качестве констант добавлены все элементы кольца R . Необходимо пояснить почему можно обойтись многочленами без элементов кольца.
9. На странице 3 в строчке “if $R_l \in S$ then goto l ” множество S не определено.
10. В доказательстве теоремы 4 в последней большой формуле возможно должно быть Ω_n а не Ω .

Данная работа может быть рекомендована к публикации в журнале “Сибирские электронные математические известия” только после исправления указанных замечаний.

Список литературы

- [1] А. Н. Рыбалов, Релятивизации вопроса $P = NP$ над полем комплексных чисел, Сиб. электрон. матем. изв., 2004, 1, 91–98.
- [2] О. Зарисский, П. Самюэль, Коммутативная алгебра, т. 1, М., 1963.