Рецензия №2 на статью
Д.И. Иванова и И.Д. Иванова
«Почти ограниченно комбинаторно-селекторные множества»

Общая положительная оценка основных результатов статьи уже была дана в предыдущей рецензии, не будем без необходимости повторять её здесь.

В предыдущей рецензии было приведено довольно много небольших замечаний, и авторы постарались их учесть. При этом возникли некоторые новые проблемы, которые тоже могут быть без больших усилий устранены. Однако в первой рецензии было и одно общее замечание, касающееся 0-местных максимальных сужений. Рецензент не настаивал на этом замечании, оно было факультативным, но надеялся, что оно наведёт авторов на размышления. Судя по неизменённому тексту, особых размышлений оно не вызвало, поэтому рецензент постарался ещё раз внимательно перечитать доказательства, и, к сожалению, обнаружил там новую серию малоприятных проблем.

Только после тщательного учёта приведённых ниже замечаний статья может опубликована в «Сибирских электронных математических известиях».

Список замечаний

Стр. 145, 14 строка снизу: «множест».

Стр. 147, Определение 2: что именно означает здесь фраза «для любого набора констант»?

Стр. 147, Лемма 5: авторы учли замечание о том, что в математике сужением принято называть любое ограничение функции. Но что теперь означают слова «допускает сужение по переменным» в формулировке леммы? В новой версии текста любая функция допускает сужение по любым переменным. Вероятно, имеется в виду максимальное сужение?

Стр. 147, 6 снизу: видимо, тут должна быть ссылка на лемму 3.

Стр. 148, Определение 4: что означает фраза «в остальных случаях значение β не определено» в конце определения? Можно попробовать догадаться, что авторы имели в виду, но хотелось бы увидеть строгое определение. О каких «остальных случаях» идёт речь?

Стр. 148, Лемма 6: в такой формулировке эта лемма, по-видимому, неверна. Рассмотрим n-местную функцию β т.ч. $\mathrm{dom}(\beta) = \{(1, 1, \dots, 1)\}$ и $\beta(1, 1, \dots, 1) = 0$. Она неразложима, так как у неё вообще нет максимальных сужений, любое максимальное сужение как минимум 1-местно. Однако класс почти β-ОКС множеств в данном случае равен классу всех р.п. множеств, что противоречит формулировке.

Отметим, что аналогичная неверная формулировка присутствует и в статье [1]. Указанный выше контрпример показывает, что лемма 4 из [1] также неверна. Если говорить про доказательство леммы 4, то на стр. 1557, 7 строка снизу, присутствует загадочное утверждение, что «существует набор переменных $x_{i_1}, \dots, x_{i_k}$,

…» Непонятно, как это можно вывести из определения неразложимости β. Что означают слова, что значение функции β определено при частичном означивании переменных?

Стр. 148, 2 снизу: «по f_1, k_1 -местную».

Стр. 149, 10 сверху: доказательство теоремы 1 в данном месте выглядит ужасно. Мы построили некую функцию g_1 и утверждаем, что A является β_1-комбинаторно-селекторным множеством. Это по определению означает, что g_1 всюду определена. Далее отсюда выводятся некоторые следствия. И только через полстраницы, в 15 строке снизу, внезапно сообщается, что g_1 может быть и не всюду определена, и этот случай рассматривается отдельно. Необходимо сразу сообщить читателю об этом особом варианте.

Стр. 149, 13 снизу: что делать, если β^0 оказалась константой?

Стр. 149, 7 снизу: что такое «соответствующая функция»?

Стр. 149, 6 снизу: что такое θ_{1i}?

Стр. 149, 5 снизу: определение $h(x, y, z)$ не совсем понятно.

Стр. 149, 4 снизу: следует ли считать, что функция g это то же самое, что и функция h в предыдущей строчке?

Стр. 149, 2 снизу: к сожалению, здесь рецензент вообще перестал понимать доказательство теоремы 1. Что означает фраза «они принадлежат одному классу»? О каком классе идёт речь?

Стр. 149, 1 снизу: в тексте утверждается, что «классы β-ОКС и почти β-ОКС множеств совпадают». Как это можно утверждать, если мы ещё не получили полное описание почти β-ОКС множеств? Для этого, видимо, нужно доказать теорему 1, которую мы как раз в данный момент и доказываем.

Например, пусть в предыдущей части мы доказали, что любое почти β-ОКС множество лежит в $\mathbf{E}_1 \cap \mathbf{S}$. Теперь нам нужно доказать, что наоборот, любое множество A из $\mathbf{E}_1 \cap \mathbf{S}$ представимо как почти β-ОКС множество для данного β, для A нужно построить соответствующую ч.в.ф. f. Как мы планируем это делать?

Литература

[1] D.I.Ivanov, M.L. Platonov: Limited-combinatorial sets. Sib. Electron. Mat. Izv., 16, 1553-1560 (2019).

Рецензент

09.02.26