Отзыв рецензента на статью
Д.И. Иванова и И.Д. Иванова
«Почти ограниченно комбинаторно-селекторные множества»

В статье изучается новый класс подмножеств натурального ряда $\mathbb{N}$, который авторы называют почти β-ограниченными комбинаторно-селекторными множествами. Здесь $\beta : \{0,1\}^n \to_p \{0,1\}$ — некоторая частичная булева функция. Это понятие впервые введено в данной работе. При этом предложенное определение является естественным расширением некоторых ранее введённых определений и представляет определённый интерес. В некотором смысле оно завершает цикл исследований, состоящий из нескольких работ.

Доказательства статьи достаточно элементарны, сама статья невелика по объёму. Во многом содержание статьи является точным повторением довольно громоздких определений и формулировок из предыдущих работ. Тем не менее, доказанная Теорема 1 представляется достаточно интересной, так как говорит, что вновь введённое понятие на самом деле сводится к некоторым ранее введённым. Тем самым мы получаем полное описание нового класса множеств, который на самом деле не даёт нам ничего нового.

После учёта приведённых ниже замечаний статья может опубликована в «Сибирских электронных математических известиях».

Список замечаний

Стр. 144, 1 строка снизу: вероятно, имеется в виду $A \subseteq \mathbb{N}$.

Стр. 145: приведя определение полурекурсивного множества, стоило бы заодно напомнить, что такое почти полурекурсивное множество, этот термин упоминается ниже.

Стр. 145, 7 сверху: общее замечание состоит в том, что в работе наблюдается драматическая ситуация в области употребления тире и дефисов. Стандарт состоит в том, что термины вида

«β-ограниченный»

пишутся с использованием дефиса и без пробелов. Например, именно так авторы пишут его в Определении 1. Однако в данном месте термин почему-то написан через тире с пробелами, в форме

«β – ограниченный».

Кроме того, в тексте можно встретить варианты «β– ограниченный» (18 строка сверху), «β- ограниченный» (стр. 147, 2 сверху), «β -ограниченный» (стр. 148, 19 сверху), «β–ограниченный» (стр. 148, 8 снизу) и просто «β ограниченный» (12 строка снизу). Это выглядит довольно уныло, так как в русском языке дефис и тире имеют разный смысл. Фраза «β – ограниченное множество» сообщает нам, что β является ограниченным множеством, в то время как «β-ограниченное множество» является термином и ничего конкретного не сообщает. С этим нужно что-то сделать.

Стр. 145, 9 сверху: громоздкую фразу «n-местная всюду определённая на $\mathbb{N}$ вычислимая функция f, принимающая значения из $\mathbb{N}$» уместно было бы заменить на «вычислимая функция $f : \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$». Именно так авторы поступили во второй строке сверху. Это излишество встречается и далее.

Стр. 145, 17 сверху: получл.

Стр. 145, 17 сверху: пропущена точка в «т.е»

Стр. 146, 6 сверху: рецензенту кажется, что предложение считать все рассматриваемые подмножества $\mathbb{N}$ отличными от $\varnothing$ и $\mathbb{N}$ звучит малоудачно. Буквально в следующей строке в тексте в явном виде присутствует само множество $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$, которое является подмножеством $\mathbb{N}$, но не удовлетворяет предложенному соглашению. Немного ниже вводится класс $\mathbf{R}$ всех вычислимых множеств. Входят ли множества $\varnothing$ и $\mathbb{N}$ в $\mathbf{R}$? Стандартное понимание термина «вычислимое множество» говорит, что входят. Рецензент предлагает не переопределять термин «подмножество $\mathbb{N}$» и в явном виде указывать условия на A там, где они требуются (далеко не везде).

Стр. 146, 12 сверху: кванторы по $x_1, \ldots, x_n$ здесь не нужны, так как они уже присутствуют в строке 10. При этом было бы уместно добавить условие «если $f(x_1, \ldots, x_n)\downarrow$, то $\ldots$»

Стр. 146, 12 сверху: в формулировке теоремы ничего не говорится про элемент $\bar{a}$.

Стр. 146, 16 снизу: в «β-допустимая БФ» стоит дефис вместо тире.

Стр. 146, 14 снизу: «для подходящей β» звучит малоудачно, так как β уже дана в формулировке.

Стр. 146, 8 снизу: соотвествующих.

Стр. 146, 8 снизу: нет пробела после запятой.

Стр. 147, 4 сверху: полурекурсивны множеств.

Стр. 147, 13 сверху: докозательство (2 раза).

Стр. 147, Определение 2: сужение функции посредством подстановки констант вместо части переменных является стандартной математической операцией. Авторы здесь предлагают переопределить термин «сужение» так, чтобы сужением называлось только такое сужение, при котором функция станет всюду определённой. Эта идея представляется малоудачной. Отметим, что в предшествующей работе [1] авторы использовали стандартную терминологию вполне корректно, называя сужением любое сужение, а требование определённости помещая в определение «максимального сужения». Рецензент предлагает авторам вернуться к прежнему modus operandi.

Стр. 147, 19 сверху: запись $\beta_1(t_{i_1}, \ldots, t_{i_m}) = \beta(t_{i_1}, \ldots, t_{i_m})[\theta_{i_{m+1}}, \ldots, \theta_{i_n}]$ является некорректной. Если $f(x,y,z)$ — 3-местная функция и вы пишете $g(y) = f(y)[c,d]$, то непонятно, вместо какой переменной подставляется константа c, а вместо какой d. Тут можно либо использовать символ явной замены $\beta[t_{i_{m+1}}/\theta_{i_{m+1}}, \ldots, t_{i_n}/\theta_{i_n}]$, либо, например, договариваться, что номера переменных упорядочены по возрастанию: $i_{m+1} < i_{m+2} < \ldots < i_n$. Тогда запись можно считать корректной.

Стр. 147, Определение 4: рецензенту не совсем понятно, почему авторы требуют, чтобы в максимальном сужении осталась хотя бы одна переменная. Предположим, что β определена на единственном наборе $(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ и не определена на остальных. Как будет выглядеть её последовательность максимальных сужений? Рассматривают ли авторы этот случай в доказательстве основной теоремы? Возможно, среди максимальных сужений нужно допустить и 0-местные функции (рецензент не настаивает на этом замечании).

Стр. 148, 5 снизу: соотвественно.

Стр. 149, 12 сверху: тут уместнее «также».

Стр. 149, 13 сверху: полурекрсивными.

Стр. 149, 4 снизу: пропущена запятая.

Стр. 149, 3 снизу: дефис вместо тире.

Стр. 150, 2 сверху: сфоормулировать.

Стр. 150, 10 сверху: комбинатороно.

Литература

[1] D.I.Ivanov, M.L. Platonov: Limited-combinatorial sets. Sib. Electron. Mat. Izv., 16, 1553-1560 (2019).

Рецензент

24.10.25