

РЕЦЕНЗИЯ

на статью Т. А. Звонаревой и О. И. Криворотько «Моделирование распространения информации в онлайн социальных сетях в рамках принципа среднего поля»

В статье рассматривается модель среднего поля, которая описывает процесс распространения информации в онлайн социальных сетях с учетом внешнего воздействия. Численно исследуются прямая задача определения оптимального управления и обратная задача определения начального условия по дополнительной информации в различные моменты времени. Обратная задача для такой модели исследована мало в литературе и представляет прикладной интерес, так как показано, что начальные условия для уравнения типа Колмогорова-Фоккера-Планка, характеризующее процесс распространения информации, определяют поведение системы в целом. Обратная задача сводится к задаче минимизации целевого функционала и решается с помощью алгоритма на основе байесовской оптимизации.

К статье имеются следующие замечания и комментарии:

1. На с.146 имеется ссылка на работу [11]

L.V. Egorov, N.V. Trusov, The group behavior analysis of the high-frequency traders based on Mean Field Games approach, *J. Inverse Ill-posed Probl.*, 32:5 (2024), 1063–1080.

В статье указывается, что задача УЧП сводится к ОДУ типа Риккати при конкретной специфике Гамильтониана. Это не так. Редукция к ОДУ имеет место быть при конкретном виде функции подражательного поведения агентов и специальном выборе плотности начального распределения. Если в качестве функции подражательного поведения взять логарифм, а в качестве начальной плотности распределения агентов рассмотреть гауссово, то данная редукция имеет место быть, это показано в статье

Fatone L., Mariani F., Recchioni M.C., Zirilli F. A Trading Execution Model Based on Mean Field Games and Optimal Control // *Applied Mathematics*. 2014. Vol.5. P.3091-116.

Использование случая редукции системы УЧП к ОДУ рассматривается в работе [11]. В работе авторов используется вариационный подход к исследованию концепции игр среднего поля. В работе

Trusov N.V. Numerical solution of mean field games problems with turnpike effect // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2020. Vol.41. No.4. P.559-573

показана сходимость решения вариационной задачи к решению краевой задачи ОДУ типа Риккати на численном уровне.

2. Авторы статьи ставят задачу поиска оптимального управления α , чтобы остановить распространение информации. Основываясь на реальных данных, авторы находят решение задачи. Возникает вопрос интерпретации, что есть стратегия пользователя (см. с.148)? Как её измерить и применить в реальной жизни?
3. Нужно дать объяснение выбору вида функционала (2). Чем мотивировано использование первого слагаемого со множителем $\alpha^2/2$? Возможно, это слагаемое говорит о том, что люди не склонны быстро менять своё мнение.
4. Было бы ценно обосновать сходимость алгоритма 1.
5. В качестве апробации модели используются данные новостного сайта Digg.com. Было бы ценно дополнить текст информацией о том, что из себя представляют данные, в каком виде они представляются. Можно ли в качестве апробации модели использовать другие данные, где количество аудитории существенно больше, например, данные новостных каналов Twitter API?
6. Графики на Рис.2 следует сделать крупнее, добавив шкалу градации цвета. Создаётся ощущение, что профиль плотности по массе на Рис.2а в моменты времени $t = 1$ и $t = 24$ отличается.

Замечания по общему оформлению статьи:

1. С.145. Не дано определение параметру S .
2. Почему исходная задача рассматривается на отрезке $t \geq 1$? Обычно задачи рассматривают на временном отрезке $t \geq 0$. Возникают ли какие-либо трудности на временном участке $[0,1)$?
3. С.147. Пропущена точка после инициалов А.Н. Тихонова.
4. С.148. Определение фазового пространства x следовало описать раньше, в разделе 2.1.
5. С.148. Стиль: «плотность ... удовлетворяет модели с уравнением типа Колмогорова-Фоккера-Планка». Следует написать «плотность ... удовлетворяет уравнению Колмогорова-Фоккера-Планка».
6. С.148. Использование оператора набла в уравнении КФП (3) не очень уместно, т.к. фазовое пространство является скаляром.
7. На взгляд рецензента доказательство Леммы 1 излишне подробное.
8. С.151. Вторая строка: «ГЯМ». Следует писать «ГЯБ».
9. С.153. Формула (4). Нет определения параметрам N_1, N_2 , а также функции f .
10. С.155. Рис.3. Чем обоснован выбор моментов времени $t = 1, t = 15$ (задача рассматривается на временном горизонте $[1,24]$)? Быть может, было бы нагляднее показать чувствительность системы к параметрам d_1, d_2 , построив графики функций $f(t)$ для каждого момента времени?
11. С.157, перед 4.3: о каких дальнейших шагах алгоритмов идёт речь?
12. С.158. Рис.5. Было бы лучше подписать оси графика.
13. С.160. Ссылка [15]. Опечатка в фамилии Kabanikhin.

Несмотря на указанные замечания, статья соответствует критериям журнала «Сибирские электронные математические известия» и рекомендуется к публикации.