Рецензия на статью Т.А. Звонаревой, О.И. Криворотько

«МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ В ОНЛАЙН СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЯХ В РАМКАХ ПРИНЦИПА СРЕДНЕГО ПОЛЯ»

Статья посвящена математическому моделированию распространения информации в социальных сетях. Одним из подходов к моделированию динамики распространения информации в онлайн социальных сетях являются диффузионно-логистические модели. Авторы статьи используют модификацию диффузионно-логистической модели и совмещают с современной концепцией математических моделей среднего поля. Концепция игр среднего поля активно используется при моделировании группового поведения в экономике, социальных процессах и эпидемиологии. С математической точки зрения такие модели представляют систему из связанных между собой уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана, которое описывает выбор стратегии поведения агентов, и уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка, которое описывает динамику состояния системы.

В статье Т.А. Звонаревой, О.И. Криворотько предложена модель среднего поля, которая описывает процесс распространения информации в онлайн социальных сетях с учетом внешнего воздействия. Авторами сформулирована задача управления для совмещенной диффузионно-логистическая модели и концепции игр среднего поля, которая сводится к задаче минимизации функционала от функции распределения агентов по состояниям в фазовом пространстве. Ограничения в этой вариационной задаче задаются уравнением Колмогорова-Фоккера-Планка и начальными условиями на функцию распределения, в виде леммы 1 выведено двойственное уравнение типа Гамильтона-Якоби-Беллмана. Для численного решения прямой задачи моделирования используется конечно разностный подход, из работы V. Shaydurov, V. Kornienko, A finite-difference solution of mean field problem with a predefined control resource, AIP Conf. Proc. 2302 (2020), 110004., для численного решения сопряженной системы уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка и Гамильтона-Якоби-Беллмана, а также итерационный алгоритм, из работы V. Petrakova, O. Krivorotko, Mean field game for modeling of COVID-19 spread, J. Math. Anal. Appl. 514 (2022), 126271., для поиска функции оптимального управления, основанный на использовании условия оптимальности первого порядка.

Авторами предложена постановка обратной задачи по определению начальной функции распределения, параметризованной набором неизвестных параметров, по дополнительной информации о процессе распространения информации. Обратные задачи были сведены к задаче минимизации функционалов невязки методом байесовской оптимизации. Проведен анализ чувствительности методом Соболя весовых коэффициентов функционала задачи управления и параметров, определяющих функцию начального распределения.

Разработанные и реализованные алгоритмы апробированы на синтетических данных, полученных с параметрами новостного сайта Digg.com. Для этого поставлены и решены две обратные задачи: с известной функцией оптимального управления и без. Т.А. Звонаревой и О.И. Криворотько было показано, что при решении обратной задачи использование известной функции оптимального управления приводит к меньшему значению функционала невязки, по сравнению с решением обратной задачи при условии неизвестной функции оптимального управления.

По содержанию статьи можно сделать следующие замечания:

1. Ценным дополнением к работе стало бы пояснение содержательного смысла краевых и начальных условий в ДЛМ (1) и в постановке задачи (3). Следует отметить, что модель (3) не является замкнутой, и прокомментировать почему поток агентов через правую границу фазового пространства равен нулю (где агенты считаются не вовлеченными), а через левую границу соответственно нет (там, где агенты считаются вовлеченными). Также не очевидной является особенность данной модели для моделирования распространения информации именно в “онлайн” социальных сетях. Необходимо пояснить.
2. Требуется комментарий, поясняющий содержательный смысл вида функционала стоимости (2) в рамках исследуемого процесса распространения информации. Как можно интерпретировать значения весовых параметров d_1, d_2?
3. Неочевидным фактом является монотонность и сходимость итерационного Алгоритма 1 решения прямой задачи. Необходимо обосновать монотонность численного алгоритма в разделе 3 для решения системы УЧП (3),(5).
4. «При вычислении прямой задачи (3), (5), (6) важным вопросом является выбор коэффициентов d_1, d_2 функционала стоимости (2) так, чтобы управление α удовлетворяло ограничениям метода [10] и влияло на плотность пользователей.», следует указать какие ограничения и для чего требуется соблюдать.
5. Обратная задача решается по «дополнительной информации о плотности вовлеченных пользователей в различные моменты времени», которая имеет вид (8). Следует прокомментировать, при каких значениях $x_i, i = 1 \dots N_1$ формируются данные. Имеют ли данные такого вида хоть какой-то смысл и отражение в реальном процессе распространения информации?
6. Полезным дополнением к работе будет привести графики значений глобальных индексов чувствительности для неизвестных параметров q модели в непрерывной зависимости от времени, чтобы показать, что модель во все моменты времени чувствительна к значениям параметров, определяющих начальную функцию плотности уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка.
7. Нет детального описания численных расчетов. Необходимо представить графики, которые соответствуют двум решениям (рис. 5): восстановленные управления и графики плотностей.

Дополнительные комментарии к общей стилистике работы Т.А. Звонаревой и О.И. Криворотько:

1. “На рис. 1 графики плотности вовлеченных пользователей”, но вовлеченными пользователями считаются те агенты, фазовая переменная которых близка к 0. Предположу, что на графике представлено распределение всей массы агентов, распределённых по степени вовлеченности, изменяющееся с течением времени.
2. Было бы ценным указать интервалы для параметров $q_0, q_1, q_2, q_3 q_4, q_5, d_1, d_2$, относительно которых проводился метод чувствительности Соболя.
3. В алгоритме 3 для решения обратной задачи на вход подается точное решение q^{exact} этой обратной задачи. Возможно, в качестве входных аргументов алгоритма стоит указать функцию оптимального управления при значениях параметров q^{exact}.
4. Рис.3. … (a) t = 1 и (b) t = 1 (?)…

5. Нет комментариев выбора точек по пространству и по времени при расчетах.

Считаю, что после устранения всех замечаний статья может быть опубликована в журнале «СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ».