Рецензия на рукопись статьи

С. Н. Антонцева, И. В. Кузнецова, Д. А. Прокудина, С. А. Саженкова

«Импульсные уравнения Кельвина-Фойгта для двухкомпонентных смесей вязкоупругих жидкостей»

В представленной рукописи изучается многомерная начально-краевая задача для системы уравнений Кельвина-Фойгта двухкомпонентной смеси вязкоупругих жидкостей с нелинейными конвективными слагаемыми и линейным импульсным слагаемым — регулярным младшим членом, описывающим импульсные явления. Импульсный член зависит от положительного целого параметра n и при $n \to \infty$ *-слабо сходится к выражению, включающему в себя дельта-функцию Дирака, моделирующую импульсные явления в начальный момент времени.

С физической точки зрения импульсный член связан с дилатантными (утолщающимися при сдвиге) и псевдопластическими (утончающимися при сдвиге) жидкостями. Поэтому в приложениях импульсная модель может быть применена, например, для моделирования рыхлых сред, так как известно, что под действием импульсной нагрузки, рыхлая среда проявляет гидродинамические свойства. Действительно, при воздействии сейсмических ударных волн возникает разжижение некоторых грунтов, что приводит к обрушению зданий.

Еще одной характерной особенностью исследуемых уравнений является наличие в них частных производных второго порядка по пространственнной переменной от полей скоростей обеих компонент смеси. В отличие от однокомпонентного случая, когда вязкость является скаляром, в многокомпонентном случае коэффициенты вязкостей образуют матрицу вязкостей, элементы которой отвечают за вязкое трение. Диагональные элементы матрицы вязкостей отвечают за вязкое трение внутри каждой компоненты, а недиагональные элементы отвечают за вязкое трение между компонентами. Если матрица вязкостей диагональна, то система уравнений распадается и попадает в известную теорию уравнений Кельвина-Фойгта динамики однокомпонентных вязкоупругих жидкостей. В статье рассматривается более сложная ситуация недиагональной и нетреугольной матрицы вязкостей, без каких-либо упрощающих предположений на нее, кроме стандартных физических требований симметричности и положительной определенности. Доказывается, что при $n \to \infty$ формируется связанный с дельта-функцией Дирака инфинитезимальный начальный слой и что семейство регулярных слабых решений начально-краевой задачи сходится к сильному решению двухмасштабной микроскопико-макроскопической модели.

Перед опубликованием статьи авторам следует исправить мелкие недочеты:

1. После формулировки задачи (1) было бы неплохо пояснить ее физический смысл, а именно что $(1)_1$ — это уравнение баланса импульса i-ой компоненты смеси, а $(1)_2$ — уравнение баланса массы.

2. Целесообразнее было бы перечислить все основные результаты работы во втором параграфе, сразу после постановки задачи.

3. В используемых в статье обозначениях дифференциальных операторов дивергенции, градиента и др. нужно указывать с какой переменной они ассоциированы.

После исправления указанных недочетов статью считаю готовой к публикации, без повторного рецензирования.