УДК 519.63: 532.546
MSC 65M32

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПЛАСТОВОГО ДАВЛЕНИЯ В УПРУГОМ РЕЖИМЕ РАЗРАБОТКИ ПЛАСТА ПО МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Х. М. ГАМЗАЕВ

Abstract: The process of developing an oil reservoir in an elastic mode is considered, described by a model of non-stationary rectilinearly parallel flow of a single-phase liquid in a reservoir according to the law of turbulent filtration. Within the framework of this model, the task is to determine the dynamics of pressure distribution in the process of reservoir development in an elastic mode. In this case, the pressure distribution at the initial moment of time, the laws of change in flow rate and pressure of the operating gallery, are considered to be set. This problem belongs to the class of boundary inverse problems.

First, a discrete analogue of the inverse problem on a difference grid is constructed using the method of difference approximation. Decomposition is used to solve the resulting system of linear differential equations with respect to pressure at each time layer. At the same time, this system of equations splits into two mutually independent linear subsystems, each of which is solved independently, independently of each other. As a result, an explicit formula was obtained for determining the approximate pressure value at the outlet boundary of the formation and a recurrent formula for determining the pressure distribution in the formation at each time layer. Taking into account the calculated pressure distribution, the distribution of the filtration rate in the reservoir is found using an explicit formula. Based on the proposed computational algorithm, numerical experiments were carried out for a model oil reservoir.

Keywords: elastic development mode, turbulent filtration law, single-phase filtration, boundary inverse problem, difference approximation method.

1 Введение

Известно, что в начальном периоде разработки нефтяных месторождений процесс извлечения нефти из недр осуществляется на естественном упругом режиме. В упругом режиме разработки пластовое давление превышает давления насыщения нефти газом и, следовательно, нефть находится в однофазном состоянии. При этом приток нефти к скважинам происходит за счет использования энергии упругого расширения самой нефти и породы пласта [1–3].

Необходимо отметить, что одним из основных факторов, определяющих энергетические возможности нефтяного пласта, является пластовое давление. Начальное пластовое давление и изменение пластового давления в процессе разработки влияют на все показатели разработки пласта, включая производительности скважин и смену режима разработки. Поэтому в процессе разработки нефтяного пласта в упругом режиме требуется постоянный контроль за динамикой распределения давления в пласте. В практике разработки нефтяных месторождений динамика пластового давления, в основном, определяется путем замера его в специально останавливаемых или простаивающих скважинах [1–3], что связаны с определенными сложностями и значительными потерями в добыче нефти.

В связи с этим для осуществления контроля динамики распределения давления при упругом режиме разработки пласта возникает необходимость в использовании математической модели нестационарного фильтрационного потока однофазной жидкости в пласте. Данная модель включают в себя [1–4]:

дифференциальное уравнение неразрывности однофазного фильтрационного потока

$$\frac{\partial \varphi\rho}{\partial t} + div\vec{U}\rho = 0\,, \tag{1}$$

уравнение движения потока жидкости, в качестве которого используется тот или иной эмпирический закон фильтрации

$$F(\nabla P, \vec{U}, \rho, k, \mu, \varphi, \vec{g}) = 0\,, \tag{2}$$

и дополнительные уравнения состояния жидкости и пористой среды

$$\rho = \rho_o e^{c_f (P - P_o)}, \quad \varphi = \varphi_o e^{c_r (P - P_o)}, \tag{3}$$

где P – давление, φ– коэффициент пористости, ρ– плотность жидкости, $\vec{U}$ – вектор скорости движения жидкости в пористой среде, μ – динамическая вязкость жидкости, k – абсолютная проницаемость пористой среды, c_f – коэффициент сжимаемости жидкости, c_r – коэффициент упругости пласта, $\vec{g}$ – ускорение свободного падения, ρ_0, φ_0 –плотность жидкости и коэффициент пористости при фиксированном значении пластового давления $P = P_0$.

В практике при моделировании фильтрационного потока однофазной жидкости в пористой среде в качестве уравнения движения (2) в основном используется закон Дарси, выражающий линейную зависимость скорости фильтрации от градиента давления [1–4]

$$\vec{U} = -\frac{k}{\mu}(\nabla P + \rho\vec{g})\,. \tag{4}$$

Однако многочисленными экспериментальными исследованиями установлен, что закон Дарси распространяется только на ньютоновские жидкости в некотором ограниченном диапазоне скоростей фильтрации, в котором турбулентность, инерционные и другие высокоскоростные эффекты пренебрежимо малы [2,4]. В настоящее время общепринято, что по мере увеличения скорости фильтрации сначала вследствие инерционных эффектов, а затем из-за турбулентности потока жидкости происходит отклонение от закона Дарси. Предполагается, что этот диапазон скоростей фильтрации может быть адекватно представлен так называемым законом турбулентной фильтрации [2–4]

$$-\nabla P = \frac{\mu}{k}\vec{U} + \beta\rho\left|\vec{U}\right|\vec{U}\,, \tag{5}$$

где β - коэффициент турбулентности. Данный двучленный закон фильтрации, носящий имя Ф. Форхгеймера, описывает как ламинарное течение, так и течение с инерционно-турбулентными эффектами в пласте.

Очевидно, что для определения динамику распределения давления в упругом режиме разработки нефтяного пласта на основе модели турбулентной фильтрации (1), (3), (5) необходимо иметь начальное и граничные условия, описывающие начальное состояние пласта и взаимодействие пласта с его окружением. Однако следует отметить, что доступ к нефтяному пласту ограничен и возможен только через скважин, вскрывающих пласт в малых областях, давление или поток нефти на внешней границе пласта не доступны к непосредственным измерениям. Следовательно, точное представление условия на внешней границе пласта практически не представляется возможным. Основными источниками информации о процессах, происходящих в пласте при разработке, являются эксплуатационные скважины, где давление и дебит скважины доступны к непосредственным измерениям. В связи с этим важное значение имеет задача определения распределения давления в пласте в упругом режиме разработки только на основании информации, полученной из скважин.

2 Постановка задачи и метод решения

Пусть рассматривается горизонтально расположенный нефтяной пласт в форме прямоугольного параллелепипеда протяженностью l, с постоянной шириной b и достаточно малой толщиной h. Пласт, ограниченный сверху и снизу непроницаемыми плоскостями, считается однородной, слабо деформируемой пористой средой. На входной границе пласта $x=0$ расположена галерея эксплуатационных скважин. В начальный момент времени $t=0$ галерея скважин впускается в эксплуатацию и в пласте возникает упругий режим разработки. Предполагается, что в процессе разработки в пласте, согласно закону турбулентной фильтрации, происходит изотермическое прямолинейно-параллельное течение однофазной жидкости (нефти) к эксплуатационной галерее. Считая нефть слабо сжимаемой вязкой жидкости, математическую модель упругого режима разработки (1), (3), (5) , для данного пласта представим в следующем виде

$$c\frac{\partial P(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial x}=\frac{\mu}{k}u(x,t)+\beta\rho u^2(x,t), \tag{7}$$

где $u(x,t)$ – скорость течения жидкости вдоль оси x, $c=\varphi_0(c_f+c_r)$ – коэффициент упругоемкости пласта.

Сначала преобразуем системы уравнений (6), (7). Продифференцируем обе части уравнения (7) по переменной x

$$\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}=\frac{\mu}{k}\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}+2\beta\rho u(x,t)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}.$$

Отсюда определив $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}=\frac{1}{\frac{\mu}{k}+2\beta\rho u(x,t)}\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}$$

и подставляя в уравнение (6), модель упругого режима разработки (6), (7) представим в виде

$$\left(\frac{c\mu}{k}+2c\beta\rho u(x,t)\right)\frac{\partial P(x,t)}{\partial t}=\frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial x}=\frac{\mu}{k}u(x,t)+\beta\rho u^2(x,t), \tag{9}$$

$$0<x<l, \qquad 0<t\le T.$$

Пусть в начальный момент времени $t=0$ распределение давления в пласте известно, т.е. для системы уравнений (8), (9) имеем следующее начальное условие

$$P(x,0)=f(x). \tag{10}$$

Предположим, что изменение с течением времени дебита эксплуатационной галереи описывается функцией $Q(t)$. Тогда относительно скорости фильтрации жидкости будем иметь следующее условие на входной границе пласта $x=0$

$$u(0,t)=\frac{Q(t)}{hb}. \tag{11}$$

Учитывая граничное условие относительно скорости фильтрации (11) и уравнение турбулентного закона фильтрации (9), будем иметь граничное условие относительно давления на входной границе пласта $x = 0$

$$\frac{\partial P(0,t)}{\partial x} = \frac{\mu}{k}\frac{Q(t)}{hb} + \beta\rho\frac{Q^2(t)}{h^2b^2}\ . \tag{12}$$

Очевидно, что для корректности постановки краевой задачи для уравнения (8) необходимо иметь граничное условие на выходной границе пласта $x = l$. Однако ввиду того, что давление и поток жидкости на выходной границе пласта не доступны к непосредственному наблюдению, сформулировать условие на этой границе не представляется возможным. Предположим, что взамен недостающей информации на выходной границе пласта, задается дополнительное условие на эксплуатационной галерее относительно давления

$$P(0,t) = \theta(\,t\,), \tag{13}$$

где $\theta(t)$ – заданная функция.

Таким образом, задача определения динамики распределения давления в пласте сводится к решению системы уравнений (8), (9) при выполнении условий (10)–(13). Следует отметить, что из–за некорректности граничного условия (13) для системы уравнений (8), (9), задача (8)– (13) считается некорректно поставленной и относится к классу граничных обратных задач [5–8]. Теоретическим исследованиям и разработке численных методов решения обратных задач, связанных с идентификацией граничных условий, посвящены многочисленные работы [5–18].

Для численного решения поставленной граничной обратной задачи (8)– (13), сначала дискретизируем заданную прямоугольную область $\{0 \le x \le l,\quad 0 < t \le T\}$ по пространству и по времени, с шагами $\Delta x = \dfrac{l}{n}$ по переменной x и $\Delta t = \dfrac{T}{m}$ по переменной t

$$\overline{\omega} = \{(x_i, t_j) : x_i = i\Delta x,\ t_j = j\Delta t,\ i = 0,1,2,...n,\ j = 0,1,2,...m\}.$$

Построим дискретную модель задачи (8)– (13) на сетке $\overline{\omega}$, с применением метода разностной аппроксимации. Используя явную аппроксимацию по времени для нелинейного коэффициента в уравнении (8), дискретную модель задачи (8)– (13) на сетке $\overline{\omega}$ представим в виде

$$\left(\frac{c\mu}{k} + 2c\beta\rho u_i^{j-1}\right)\frac{P_i^j - P_i^{j-1}}{\Delta t} = \frac{P_{i+1}^j - 2P_i^j + P_{i-1}^j}{\Delta x^2}, \qquad i = 1,2,...n-1, \tag{14}$$

$$\frac{P_1^j - P_0^j}{\Delta x} = \frac{\mu}{k}\frac{Q^j}{hb} + \beta\rho\frac{(Q^j)^2}{h^2b^2}, \tag{15}$$

$$P_0^j = \theta^j, \tag{16}$$

$$\frac{P_{i+1}^j - P_i^j}{\Delta x} = \frac{\mu}{k}u_i^j + \beta\rho(u_i^j)^2, \qquad i = 1,2,...n-1, \tag{17}$$

$$u_0^j = \frac{Q^j}{hb}, \tag{18}$$

$$j = 1,2,...,m,$$

$$P_i^0 = f_i, \qquad i = \overline{0,n}, \tag{19}$$

где $P_i^j \approx P(x_i, t_j)$, $u_i^j \approx u(x_i, t_j)$, $\theta^j = \theta(t_j)$, $f_i = f(x_i)$, $Q^j = Q(t_j)$.

Как видно, дискретная модель задачи (8)–(13) при каждом фиксированном значении j, $j = 1, .2 \ldots, m$ представляет собой систему линейных разностных уравнений, в которой в качестве неизвестных выступают P_i^j, u_i^j, т.е. приближенные значения искомых функций $P(x,t)$ и $u(x,t)$ в узловых точках разностной сетки $\overline{\omega}$.

Процесс решения системы линейных разностных уравнений (14)–(19) на каждом временном слое j, $j = 1, 2, 3, \ldots, m$ представим в виде следующей последовательности вычислительных процедур.

I. По заданным значениям скорости фильтрации $u_i^{j-1}, i = 0,1,2,...n-1,$ определяется решение системы разностных уравнений (14)–(16), т.е. P_i^j, $i = 1,2,...n$. При этом u_i^0, $i = 1,2,..,n-1$ определяется как положительный корень квадратного уравнения

$$\frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} = \frac{\mu}{k} u_i^0 + \beta\rho (u_i^0)^2;$$

II. С учетом вновь найденных значений давления P_i^j, $i = 1,2,...n-1$ находится решение системы разностных уравнений (17), (18), т.е. u_i^j, $i = 1,2,..,n-1$.

Для решения системы разностных уравнений (14)—(16) при фиксированном значении j, введем следующую декомпозицию [6,15]

$$P_i^j = V_i^j + P_n^j W_i^j, \qquad i = 0, 1, 2, .., n, \tag{20}$$

где $P_n^j \approx P(l, t_j)$, V_i^j, W_i^j – неизвестные переменные. Подставив выражение P_i^j в уравнение (14), будем иметь

$$\left(\frac{c\mu}{k} + 2c\beta\rho u_i^{j-1}\right)\frac{V_i^j + P_n^j W_i^j - P_i^{j-1}}{\Delta t} = \frac{V_{i+1}^j + P_n^j W_{i+1}^j - 2V_i^j - 2P_n^j W_i^j + V_{i-1}^j + P_n^j W_{i-1}^j}{\Delta x^2}$$

или

$$\left[\left(\frac{c\mu}{k} + 2c\beta\rho u_i^{j-1}\right)\frac{V_i^j - P_i^{j-1}}{\Delta t} - \frac{V_{i+1}^j - 2V_i^j + V_{i-1}^j}{\Delta x^2}\right] +$$

$$+ P_n^j \left[\left(\frac{c\mu}{k} + 2c\beta\rho u_i^{j-1}\right)\frac{W_i^j}{\Delta t} - \frac{W_{i+1}^j - 2W_i^j + W_{i-1}^j}{\Delta x^2}\right] = 0. \tag{21}$$

Подстановка выражение P_i^j в (15), дает

$$\frac{V_1^j - V_0^j}{\Delta x} + P_n^j \frac{W_1^j - W_0^j}{\Delta x} = \frac{\mu}{k}\frac{Q^j}{hb} + \beta\rho\frac{(Q^j)^2}{h^2 b^2}, \tag{22}$$

Очевидно, что соотношения (21), (22) будут автоматически выполняться при следующих условиях:

а) переменные V_i^j, $i = 0, 1, 2, .., n$ удовлетворяют системе разностных уравнений

$$\left(\frac{c\mu}{k} + 2c\beta\rho u_i^{j-1}\right)\frac{V_i^j - P_i^{j-1}}{\Delta t} - \frac{V_{i+1}^j - 2V_i^j + V_{i-1}^j}{\Delta x^2} = 0, \tag{23}$$

$$\frac{V_1^j - V_0^j}{\Delta x} = \frac{\mu}{k}\frac{Q^j}{hb} + \beta\rho\frac{(Q^j)^2}{h^2 b^2}, \qquad (24)$$

$$V_n^j = 0. \qquad (25)$$

б) переменные W_i^j, $i = 0, 1, 2, .., n$ удовлетворяют системе разностных уравнений

$$(c\mu / k + 2c\beta\rho u_i^{j-1})\frac{W_i^j}{\Delta t} - \frac{W_{i+1}^j - 2W_i^j + W_{i-1}^j}{\Delta x^2} = 0, \qquad (26)$$

$$\frac{W_1^j - W_0^j}{\Delta x} = 0, \qquad (27)$$

$$W_n^j = 1. \qquad (28)$$

Полученные независимые системы разностных уравнений (23)–(25) и (26)–(28) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, решения которых определяются известным методом Томаса [6].

Подставляя представление (20) в (16), будем иметь

$$V_0^j + P_n^j W_0^j = \theta^j.$$

Отсюда получим явную формулу для вычисления приближенного значения давления на выходной границе пласта в момент времени $t = t_j$, т. е. величины P_n^j:

$$P_n^j = \frac{\theta^j - U_0^j}{W_0^j}. \qquad (29)$$

После определения значения P_n^j можно по формуле (20) вычислять приближенные значения искомой функции $P(x,t)$ на временном слое j при $x = x_i$, $i = 0, 1, 2, .., n-1$, т. е. P_i^j.

После того, как получено распределение давления в пласте на временном слое j, можно перейти к вычислению распределения скорости фильтрации на том же временном слое. Для этого достаточно разрешить уравнения (17) относительно скорости фильтрации u_i^j. В результате получим следующую явную формулу для вычисления приближенных значений искомой функции $u(x,t)$ на временном слое j при $x = x_i$, $i = 1, 2, .., n-1$, т. е. u_i^j:

$$u_i^j = -\frac{\mu}{2k\beta\rho} + \sqrt{\frac{\mu^2}{4k^2\beta^2\rho^2} + \frac{P_{i+1}^j - P_i^j}{\beta\rho\Delta x}}. \qquad (30)$$

Таким образом, вычислительный алгоритм численного решения обратной задачи (8)– (13) по восстановлению распределения давления в пласте на каждом временном слое j, $j = 1, 2, ..., m$, состоит из следующих этапов:

1) параллельно определяются решения двух независимых линейных систем разностных уравнений (23)–(25) и (26)–(28) относительно вспомогательных переменных V_i^j, W_i^j, $i = 0, 1, 2, .., n$;

2) по формуле (29) определяется значение давления на выходной границе пласта, т.е. значение переменной P_n^j;

3) по формуле (20) вычисляются значения давления в остальных узловых точках j-го временного слоя, т.е. значения переменных P_i^j, $i = 0, 1, 2, .., n-1$;
4) по формуле (30) вычисляются значения скорости фильтрации в узловых точках j-го временного слоя, т.е. значения переменных u_i^j, $i = 1, 2, .., n-1$.

Таким образом, предложенный численный метод позволяет в каждом временном слое определять распределения давления и скорости фильтрации в пласте.

3 Результаты численных экспериментов

На основе предложенного вычислительного алгоритма были проведены численные эксперименты для модельного прямоугольного нефтяного пласта со следующими характеристиками:
длина пласта l=400 м;
толщина пласта h=10 м;
ширина пласта $b =$ 100 м;
коэффициент абсолютной проницаемости пласта $k = 0.5 \cdot 10^{-12}$ м^2;
начальное пластовое давление $f(x) = 100$ атм.;
дебит эксплуатационной галереи $Q(t)$=120 м^3/сут.;
динамическая вязкость нефти $\mu = 3 \cdot 10^{-3}$ Па$\cdot$с;
коэффициент турбулентности β=10^6 м$^{-1}$;
плотность нефти $\rho = 850$ кг/м^3;
коэффициент упругоемкости пласта $c = 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Численные эксперименты проводились по следующей схеме:
I. Задается давление на выходной границе пласта $P(l,t) = \xi(t)$ и определяется решение системы уравнений (8). (9), удовлетворяющее данному условию и условиям (8)–(12), т.е. решается прямая задача для определения пару функций

$$\{ P(x,t), u(x,t) \}, \quad 0 \le x \le l, \qquad 0 < t \le T.$$

II. В ходе решения прямой задачи, принимается $\theta(t) = P(0,t)$ и данная зависимость используется в качестве дополнительного условия (13) для решения обратной задачи (8)– (13) по восстановлению распределения давления в пласте.

Расчеты проводились на равномерной пространственно-временной разностной сетке с шагами $\Delta x = 10$ м, $\Delta t = 60$ с. Результаты численных экспериментов по определению динамику распределения давления в пласте для случая $\xi(t) = 100 + 5\sin t$ атм., представлены в таблице 1. В ней t– время, P^t, $\overline{P}$– точное и вычисленное значения функции $P(x,t)$ (в атм.) в точке x. Полученные результаты показывают, что динамика распределения давления в рассматриваемом модельном пласте восстанавливается абсолютно точно. Поэтому в каждый момент времени точное и вычисленное распределения давления в пласте представлены на одном и том же столбце таблицы.

Таблица 1. Динамика распределения давления в пласте

x	t=5 ч	t=10 ч	t=15 ч	t=20 ч	t=25 ч	t=30 ч	t=35 ч	t=40 ч
	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$
0	83.39	77.08	73.18	70.74	69.21	68.26	67.66	67.29

20	85.03	78.73	74.83	72.40	70.87	69.92	69.33	68.95
40	86.56	80.32	76.45	74.03	72.52	71.57	70.98	70.62
60	87.98	81.84	78.02	75.64	74.15	73.22	72.64	72.27
80	89.30	83.29	79.56	77.22	75.76	74.85	74.28	73.93
100	90.51	84.68	81.05	78.78	77.36	76.48	75.92	75.58
120	91.63	86.01	82.51	80.32	78.95	78.09	77.56	77.22
140	92.65	87.28	83.93	81.83	80.52	79.70	79.19	78.87
160	93.58	88.50	85.31	83.32	82.08	81.30	80.81	80.51
180	94.43	89.66	86.66	84.79	83.62	82.89	82.43	82.14
200	95.19	90.77	87.98	86.24	85.15	84.47	84.04	83.78
220	95.89	91.83	89.27	87.67	86.67	86.04	85.65	85.41
240	96.51	92.85	90.53	89.09	88.18	87.60	87.25	87.04
260	97.07	93.82	91.77	90.50	89.69	89.16	88.84	88.67
280	97.57	94.74	93.00	91.91	91.18	90.69	90.42	90.31
300	98.00	95.61	94.21	93.34	92.67	92.19	91.99	91.96
320	98.33	96.42	95.45	94.82	94.15	93.63	93.52	93.67
340	98.51	97.11	96.76	96.42	95.60	94.92	95.02	95.50
360	98.35	97.64	98.29	98.28	96.94	95.89	96.45	97.61
380	97.51	97.87	100.36	100.68	98.01	96.18	97.84	100.38
400	95.15	97.65	103.71	104.15	98.30	95.03	99.29	104.63

По предложенной схеме проведен численный эксперимент и для замкнутого пласта. При этом в ходе решения прямой задачи на выходной границе пласта используется условие непротекания $\frac{\partial P(l,t)}{\partial x}=0$. Результаты проведенных численных расчетов представлены в таблице 2. Полученные результаты свидетельствуют, что динамика распределения давления в замкнутом пласте также восстанавливается абсолютно точно.

Таблица 2. Результаты численных расчетов для замкнутого пласта

x	t=5 ч	t=10 ч	t=15 ч	t=20 ч	t=25 ч	t=30 ч	t=35 ч	t=40 ч
	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$	P^t, $\overline{P}$
0	83.35	76.08	69.54	63.11	56.70	50.28	43.87	37.46
20	84.99	77.73	71.18	64.75	58.34	51.93	45.52	39.11
40	86.51	79.28	72.74	66.31	59.90	53.49	47.08	40.67
60	87.93	80.75	74.22	67.79	61.38	54.96	48.55	42.14
80	89.24	82.12	75.60	69.18	62.76	56.35	49.94	43.53
100	90.44	83.41	76.90	70.48	64.07	57.66	51.25	44.84
120	91.53	84.61	78.12	71.70	65.29	58.87	52.46	46.05
140	92.53	85.72	79.25	72.83	66.42	60.01	53.60	47.19
160	93.42	86.74	80.29	73.88	67.46	61.05	54.64	48.23
180	94.23	87.68	81.25	74.84	68.43	62.02	55.61	49.20
200	94.94	88.53	82.12	75.71	69.30	62.89	56.48	50.07
220	95.57	89.30	82.91	76.50	70.09	63.68	57.27	50.86
240	96.12	89.98	83.61	77.21	70.80	64.39	57.98	51.57
260	96.59	90.58	84.23	77.83	71.42	65.01	58.60	52.19
280	96.98	91.09	84.76	78.36	71.95	65.54	59.13	52.72
300	97.31	91.52	85.20	78.81	72.40	65.99	59.58	53.17
320	97.57	91.87	85.56	79.17	72.76	66.35	59.94	53.53
340	97.77	92.13	85.84	79.45	73.04	66.63	60.22	53.81
360	97.91	92.32	86.03	79.64	73.23	66.82	60.41	54.00
380	97.98	92.42	86.14	79.75	73.34	66.93	60.52	54.11
400	97.99	92.44	86.16	79.77	73.36	66.95	60.54	54.13

Анализ результатов проведенных численных экспериментов показывает, что предложенный численный метод может быть использован для контроля динамики распределения давления в процессе разработки пластов в упругом режиме.

4 Заключение

Рассмотрена задача определения динамику распределения давления в процессе разработки нефтяного пласта в упругом режиме, считая дебит и давление эксплуатационной галереи заданными. Модель данной задачи представляется в виде граничной обратной задачи для уравнения нестационарного прямолинейно-параллельного течения однофазной жидкости в пласте по закону турбулентной фильтрации. Предложенный вычислительный алгоритм позволяет, только на основании информации в эксплуатационной галереи, в каждом временном слое последовательно вычислять распределения давления и скорости фильтрации по всей длине пласта.

References

[1] V.N. Shelkachov, B.B. Lapuk. *Underground hydraulics*, Izhevsk: SIC "Regular and chaotic dynamics", 2001.
[2] K.S. Basniev, N.M. Dmitriev, G.D. Rozenberg. *Oil and Gas Hydromechanics*, Izhevsk: Institute of Computer Research, 2005.
[3] B.A. Suleymanov. *Features of filtration of heterogeneous systems*, Izhevsk: Institute of Computer Research, 2005.
[4] K. Aziz, A.Settari. *Petroleum Reservoir Simulation*, New York, Applied Science Publishers, 1979.
[5] O. M. Alifanov. *Inverse Heat Transfer Problems*, Berlin, Springer, 2011.
[6] A.A. Samarskii, P.N.Vabishchevich. *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics*, Berlin, Walter de Gruyter, 2008.
[7] A. H.Hasanov, V. G. Romanov. *Introduction to Inverse Problems for Differential Equations*, Berlin, Springer, 2021.
[8] S.I. Kabanikhin. *Inverse and ill-posed problems*, Berlin, Walter de Gruyter, 2011.
[9] A. B. Kostin, A.I. Prilepko. *On Some Problems of Restoration of a Boundary Condition for a Parabolic Equation*, Differential Equations, 32:1 (1996), 113–122.
[10] A.I. Kozhanov. *Inverse Problems for Determining Boundary Regimes for Some Equations of Sobolev Type*, Bulletin of the South Ural State University, Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software, 9:2 (2016), 37–45.
[11] A. I.Prilepko, D. G. Orlovsky, I. A. Vasin. *Methods for solving inverse problems in mathematical physics*, New York,Marcel Dekker, 2000.
[12] E. V. Tabarintseva. *On the estimate of accuracy of the auxiliary boundary conditions method for solving a boundary value inverse problem for a nonlinear equation*, Numerical Analysis and Applications, 11:3 (2018), 236–255.
[13] A. M. Denisov. *Approximate solution of inverse problems for the heat equation with a singular perturbation*, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 61:12 (2021), 2004–2014.
[14] V.J.Abdullayev, Kh. M. Gamzaev. *A method for computing the pressure distribution in the elastic mode of single-well formation development*, SOCAR Proceedings, 2 (2024), 80-84.
[15] Kh. M. Gamzaev. *Simulation of an unsteady incompressible fluid flow through a perforated pipeline*, Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics, 72 (2021), 60–69.
[16] V. V.Vasil'ev, M. V. Vasilyeva, A. M. Kardashevsky. *The numerical solution of the boundary inverse problem for a parabolic equation*, AIP Conference Proceedings, 1773(1) (2016).
[17] V. I. Vasilev, Su.Ling-De. *Numerical method for solving boundary inverse problem for one–dimensional parabolic equation*, Mathematical notes of NEFU, 24:2 (2017), 107–116.
[18] N.M. Yaparova. *Numerical Simulation for Solving an Inverse Boundary Heat Conduction Problem*, Bulletin of the South Ural State University. Series «Mathematical Modelling, Programming & Computer Software», 6(3) 2013, 112–124.

Information about the author:

Gamzaev Khanlar Mehbali oglu
Azerbaijan State Oil and Industry University,
AZ 1010, Azerbaijan , Baku, avenue Azadliq 20
xan.h@rambler.ru