

Рецензия на рукопись статьи
В. Ю. Ноговищевой, Д.А. Прокудина «Однозначная разрешимость начально-краевой задачи для одномерных уравнений динамики сжимаемой вязкой многокомпонентной среды», представленной для опубликования в журнале «Сибирские электронные математические известия»

В рецензируемой статье В.Ю. Ноговищевой и Д.А. Прокудина изучается вопрос об однозначной разрешимости начально-краевой задачи для одномерных уравнений динамики смеси сжимаемых вязких жидкостей в ограниченной области с непроницаемыми стенками. В исследуемых уравнениях, являющихся некоторыми обобщениями известной системы уравнений Навье-Стокса, присутствуют старшие производные (производные второго порядка) от скоростей всех компонент смеси, поскольку, в отличие от уравнений Навье-Стокса, в которых коэффициент вязкости является скаляром, в многокомпонентном случае, ввиду составной структуры тензоров вязких напряжений, коэффициенты вязкостей образуют матрицу вязкостей, элементы которой отвечают за вязкое трение. За вязкое трение внутри каждой компоненты отвечают диагональные элементы, а за трение между компонентами — недиагональные. Это не позволяет автоматически распространить известные результаты для уравнений Навье-Стокса на многокомпонентный случай. Если матрица вязкостей диагональна, то уравнения будут связаны возможно лишь только через младшие члены. В работе рассматривается более сложная ситуация недиагональной матрицы вязкостей. Доказывается существование и единственность сильного решения начально-краевой задачи без каких-либо упрощающих предположений о структуре матрицы вязкостей, кроме стандартных физических требований симметричности и положительной определенности.

Работа состоит из шести разделов. В первом разделе приводятся постановка начально-краевой задачи и формулировка основного результата работы — Теоремы 1 об однозначной разрешимости в классе сильных обобщенных решений. Во втором разделе проводится исследование разрешимости приближенной задачи, полученной из исходной применением метода Галёркина. В третьем разделе выводятся равномерные по параметру приближения оценки, на основе которых в четвертом разделе совершается предельный переход и обосновывается существование решения исходной начально-краевой задачи в малом по времени. Для продолжения локального решения, в пятом разделе выводятся оценки, постоянные в которых не зависят от промежутка существования локального решения. В шестом разделе доказывается единственность решения и завершается доказательство Теоремы 1.

Следует отметить, что полученные авторами результаты являются корректными и оригинальными. Они существенно дополняют теорию уравнений Навье-Стокса, причём являются весьма нетривиальным обобщением случая однокомпонентной жидкости.

К тексту статьи есть два несущественных замечания.

Во-первых, теорему Шаудера о неподвижной точке уместно привести в тексте в явном виде, не ограничиваясь всего лишь ссылкой на стр. 6 (на источник [20]). Дело в том, что обоснование результата второго раздела о разрешимости приближенной задачи полностью базируется на теореме Шаудера. К слову, заметим, что доказательство того, что условия теоремы Шаудера верны для оператора F , весьма нетривиально.

Во вторых, в формуле (8) нужно изменить $\frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2}$ на $\frac{\partial^2 u_j}{\partial x^2}$.

Эти замечания никак не влияют на общую оценку работы. Работа написана ясным научным языком. На основании вышеизложенного считаю, что статья В.Ю. Ноговищевой и Д.А. Прокудина будет интересна широкому кругу специалистов в области краевых задач для уравнений вязкой жидкости и рекомендую эту статью к опубликованию в журнале «Сибирские электронные математические известия».