Ответ на замечания рецензента.

Прежде всего авторы выражают благодарность рецензенту за указанные неясности и опечатки, запутывающие читателя.

О мотивации работы. Изучение коалиций и тотальных коалиций в графах началось только несколько лет назад и является сейчас довольно интенсивно развиваемым направлением, что проявляется в конкуренции исследовательских групп. Известно, что все простые циклы порядка более 3 порождают 26 графов коалиций, а цикл C_{3k} является универсальным для любого $k \geq 5$, т.е. один порождает все 26 графов коалиций. Нам было интересно узнать как изменится множество графов коалиций при усилении доминирования, и будут ли существовать в этом случае универсальные циклы. Насколько знают авторы, представленная работа является первым исследованием по графам коалиций для тотального доминирования.

Далее даны ответы на замечания рецензента, требующие пояснений или исправлений.

Замечание. 1) (146, 10-14). "A path is called a universal total coalition path if its total coalition partitions dene all possible total coalition graphs of cycles." Кажется, в определениях 1 и 2 перепутаны путь и цикл - в первом определении должно быть два раза "path в во втором - два раза "cycle а не так как написано.

Ответ. Исправлено.

Замечание. 2) (146, - 10). Theorem 1 shows that the order of a total coalition graphs of the cycle P_n is at most 4 for $n \geq 4$. Тут наверняка должно быть cycle C_n вместо P_n.

Ответ. Исправлено.

Замечание. 3) (147, 10). "while the sets V_1 and V_2 do not form a total coalition."Для $n = 5$ это утверждение неверно, и как раз образуют V_1 и V_2 тотальную коалицию. Надо либо в теореме написать, что $n > 5$, либо придумать другие множества.

Ответ. Чтобы включить случай $n = 5$, коалиционное разбиение в статье изменено на следующее: "$V_1 = \{v_1\}$, $V_2 = \{v_3\}$, and $V_3 = \{v_2, v_4, v_5, \ldots, v_n\}$."

Замечание. 4) (147, -7). Случай n кратно 4 в доказательстве Предложения 1 не рассмотрен. А надо рассмотреть и его.

Ответ. Добавлены этот случай для n и соответствующий поясняющий рисунок:

"Case 4. Let $n \equiv 0 \pmod 4$. We can take the following partition of vertices: $V_1 = \cup_{i=1}^{(n-4)/4}\{v_{4i-3}, v_{4i-2}\} \cup \{v_{n-3}\}$, $V_2 = \cup_{i=1}^{(n-4)/4}\{v_{4i-1}, v_{4i}\} \cup \{v_n\}$, and $V_3 = \{v_{n-2}, v_{n-1}\}$."

Замечание. 5) (147, -4). "In the following, for a coalition partition $\{V_1, V_2, ..., V_k\}$, we will label all vertices of the set V_i with integers i for all $i = 1, 2, ..., k$." Смысл это фразы остался для рецензента непонятным.

Ответ. Это неудачное предложение удалено. В доказательство Proposition 2 вставлено пояснение о том, что на рис. 2 числа рядом с вершинами есть номера классов коалиционного разбиения: "For an illustration, the vertex numbering of C_{4k} and indices of the corresponding partition sets of π are shown in Fig. 2."

Замечание. 6) (148, 7). Рассматриваемое разбиение, кажется, не образует $2K_2$, а образует коалиционный граф P_4. Например $V_1 \cup V_4$ и $V_2 \cup V_3$ не образуют коалицию, а как раз $V_1 \cup V_3$ и $V_2 \cup V_4$ — образуют, что легко видеть на картинке с 8-угольником.

Ответ. Это $2K_2$. Сделано следующее пояснение: "... in which only pairs V_1, V_3 and V_2, V_4 form total coalitions (see Fig. 3). Indeed, $V_2 \cup V_3$ and $V_3 \cup V_4$ are not dominating sets, while $V_1 \cup V_2$ and $V_1 \cup V_4$ are not total dominating sets."

Замечание. 7) (149, 1). В абзаце про P_4 опять есть ошибки — перепутаны $V_1 \cup V_4$ и $V_2 \cup V_4$ (строки 4 и 5). Но тут мы действительно получаем P_4, а вот где мы получили $2K_2$, я не увидел.

Ответ. Исправлено: "It is clear that pairs $\{V_1, V_3\}$, $\{V_1, V_4\}$, and $\{V_2, V_3\}$ form total coalitions, while $V_1 \cup V_2$, $V_2 \cup V_4$, and $V_3 \cup V_4$ are not dominating sets."

Был исправлен ряд других опечаток и сделаны многочисленные исправления в английском тексте. Для более ясного изложения изменены иллюстрации, в которых стал использоваться цвет.

А.А. Добрынин