

Рецензия на статью

П.И. Кириллова, В.П. Шапеева «**Solution of Fredholm integral equations of the second kind by the method of collocations and least squares with Pade approximation**»

В статье изложены материалы исследований в области применения метода коллокации и наименьших квадратов (МКНК) к приближенному решению интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода. Актуальность работы определяется, с одной стороны, фундаментальной потребностью в совершенствовании численных методов для решения широкого круга прикладных задач, а с другой стороны, тем, что один из наиболее сложных вопросов реализации МКНК – вопрос об оптимальном выборе базисных функций – до сих пор находится в активной разработке, в том числе в контексте разных типов решаемых уравнений и постановок задач. Новизна предложенного в статье подхода состоит в привлечении дробно-рациональных аппроксимаций (аппроксимаций Паде, АП) для решения интегральных уравнений Фредгольма в рамках МКНК.

Рассматривается одномерное интегральное уравнение, подробно излагаются предложенный численный алгоритм итерационного решения нелинейного уравнения, полученного многоточечной АП, и результаты вычислительных экспериментов. В рамках алгоритма точками записи уравнений коллокации на каждом частичном отрезке взяты корни полинома Чебышёва; интеграл в точке коллокации вычислялся с привлечением квадратурной формулы Гаусса; при решении СЛАУ применялся комплекс широко известных методов. Предполагается, что одним из важнейших свойств дробно-рациональных функций является возможность находить с их помощью высокоточные приближения функций, которые могут быть значительно точнее их полиномиальных аппроксимаций. Однако это должно быть доказано на конкретных примерах. С методической точки зрения вполне оправдано, что в качестве таких примеров взяты модельные задачи из публикаций других авторов, решённые другими методами. Особо следует отметить приведенный пример конечного вида решения задачи – аналитического представления решения, основанного на Паде-аппроксимации, а также детальное описание алгоритма и результатов вычислительных экспериментов.

Практическая ценность работы состоит также в том, что на конкретных примерах авторы провели исследование зависимости погрешности приближённого решения и числа обусловленности СЛАУ, решение которой определяет искомую АП, от параметров метода. Тем самым была продемонстрирована не только работоспособность предложенной реализации МКНК и потенциальная возможность достижения сверхвысокой точности при умеренных затратах процессорного времени, но и сложность настройки многопараметрической задачи оптимального выбора параметров МКНК. Возможно, были бы полезными общепрактические рекомендации относительно формирования оптимальной стратегии выбора параметров метода, в том числе критерия останова итерационного процесса, расположения и количества узлов коллокации, показателей степеней в числителе и знаменателе АП. В качестве небольшого замечания отметим также наличие нескольких грамматических ошибок, распространенных в тексте методом копирования, но, безусловно, это не влияет на общее положительное впечатление от работы.

Считаю, что представленные в статье исследования выполнены на высоком научном уровне, поэтому рецензируемая статья может быть опубликована в Сибирских Электронных Математических Известиях (Siberian Electronic Mathematical Reports).

Д.ф.-м.н.
в.н.с. ФИЦ ИВТ

О. Ф. Воропаева

11.11.2024