

Рецензия на статью

«Максимальная скорость сходимости по норме в эргодической теореме для групп \mathbb{Z}^d и \mathbb{R}^d »

Представленная статья посвящена исследованию скорости сходимости эргодических средних для систем, заданных попарно коммутирующими автоморфизмами и потоками вероятностных пространств. Тема является актуальной, поскольку расширяет классические результаты по эргодическим теоремам на более сложные групповые структуры \mathbb{Z}^d и \mathbb{R}^d . В работе получены новые результаты, включая спектральный критерий и уточнённые асимптотические оценки, что представляет интерес для специалистов, работающих в области теории вероятностей и функционального анализа.

Основной результат статьи сформулирован в виде Предложения 1. Поскольку он является ключевым для всей работы, уместно было бы обозначить его как Теорему 1, следуя общей логике изложения, где подобные существенные результаты формулируются в виде теорем.

В разделе 3.1, входящем в доказательство Теоремы 1, приводятся вспомогательные, но достаточно простые и громоздкие рассуждения. Их целесообразно вынести в приложение, оставив в основном тексте лишь краткую формулировку или отсылку к ним, что сделает изложение более компактным и удобным для чтения.

При использовании понятий спектральной меры и её связи со спектральным представлением (страница 146, строка 55 и страница 155, строка 35), дается ссылка на [8,9], однако желательно дать согласованное определение и пояснение в начале статьи. Это упростит читателю восприятие материала (в частности, см. страницу 157, строку 11).

На странице 146 (строка 29) авторы заявляют об обобщении результата Коэна и Лина. Для большей наглядности и преемственности исследований было бы полезно указать конкретное утверждение из их работы,

а затем продемонстрировать, как именно общий результат статьи содержит данное утверждение в качестве частного случая.

Примечание. Во всех дальнейших ссылках вида «146-8» или «147-21» первое число означает номер страницы в оригинальном тексте, а второе — номер строки на этой странице.

Ниже приведён ряд технических замечаний, которые могут способствовать улучшению читаемости и точности текста:

- **146-8:** Уточнить, что именно подразумевается под термином «максимальная» в фразе «наличие максимальной сходимости».
- **147-21:** Переписать условие (1') по аналогии с (1), избегая употребления im (см. также 157-33).
- **145-9:** Запись $\|\dots\| = o(1/n)$ предпочтительнее использовать напрямую, без введения дополнительной функции φ .
- **145-44:** Ввести обозначение $\vec{t} = (t_1, \dots, t_d)$.
- **150-37:** Аналогично ввести обозначение $x = (x_1, \dots, x_d)$.
- **150-47:** Уточнить, что не все ε_k равны нулю одновременно.
- **151-30:** Добавить скобки под произведением. Во втором и третьем равенствах рекомендуется сократить громоздкие выражения до общей формы с суммированием по k .
- **153-38:** В верхнем пределе интегрирования у $2D$ поставить скобки.
- **154-16:** Уточнить, что речь идёт о *некотором* J , а не обо всех J .
- **154-39:** Добавить явно, что $b \geq 2$.
- **155-14:** Аналогично уточнить, что $b_k \geq 2$.
- **155-19:** Достаточно взять $d = 1$. Более того, буква d уже имеет определённый смысл в тексте.
- **156-42, 156-49, 156-55:** Привести интегралы в правой части к единому формату (одинаковый стиль и оформление).
- **156-45:** Более подробно обосновать, почему $\kappa_d > 0$.

В целом статья производит положительное впечатление и содержит существенные результаты. Указанные замечания не влияют на ключевые достижения, но помогут сделать изложение более прозрачным и строгим. Рекомендую доработать текст согласно приведённым предложениям перед окончательной публикацией.