

Рецензия на статью “Ранги планарности
полугрупповых многообразий, порожденных
полугруппами третьего порядка” Д.В.
Соломатина для журнала “Сибирские
электронные математические известия”

Настоящая статья посвящена вычислению рангов планарности многообразий полугрупп, порожденных полугруппами третьего порядка. Несомненно, изучение полугрупп малых порядков и порожденных ими многообразий представляет существенный интерес как с точки зрения абстрактной алгебры, так и с точки зрения алгебраической комбинаторики. Вероятно, интерес представляет и изучение рангов многообразий полугрупп. Однако, исходя из введения, это не кажется достаточно ясным. На мой взгляд, во введении сказано очень много общих слов, не несущих никакой смысловой нагрузки, и достаточно мало сказано о мотивации исследования, истории вопроса, возникающих трудностях и проблемах и тд. Кажется разумным обсудить во введении гипотезу Мартынова, которая, по-видимому, и стала отправной точкой для исследования.

Подобное ощущение нехватки информации и ссылок возникает и при прочтении предварительных сведений. Например, читая предложение “В связи со сказанным в определении...” (конец страницы 2), хочется увидеть ссылку на то, где говорится об алгоритмической неразрешимости проблемы равенства слов (это, в общем, известный факт, но все же), но самое главное — понять, возникает ли эта проблема где-либо далее в доказательстве (кажется, что не возникает). При чтении определения планарной полугруппы появляется вопрос о том, какой граф Кэли имеется в виду — правый или левый. Скорее всего, это несущественно, но уточнить это необходимо, учитывая что перед этим говорилось о правых и левых графах Кэли. Выглядит уместным упомянуть источник, в котором было введено понятие ранга планарности, ведь этот основной объект, изучаемый в статье, на первый взгляд не является чем-то базово известным. Из определения планарной полугруппы следует, что для того, чтобы проверить непланарность группы, нужно проверить непланарность каждого графа Кэли относительно минимального множества неразложимых образующих. Однако, в доказательстве основных результатов строится лишь один непланарный подграф в каждом случае. Наверное, стоит сделать комментарий о том, что в случае свободной группы рассматривается только один граф Кэли или же построенный подграф возникает в каждом графе Кэли.

В главе 3 кажется уместным явно подчеркнуть, что представленными 13 многообразиями исчерпываются все многообразия, порожденные полугруппами третьего порядка. В доказательстве теоремы 1 (этапы 2 и 3) кажется необходимым хотя бы в одном случае детально описать процесс построения графа для заданного многообразия, а не просто указать соответствие многообразия-рисунок, все-таки это ключевой момент доказательства.

С одной стороны, доказательства основных утверждений выглядят правдоподобно (насколько смог их проверить рецензент). Следствие 1 кажется весьма разумным, особенно в контексте гипотезы Мартынова. С другой стороны, доказательства являются техническими, по большому счету, построением по каждому многообразию графов на малом количестве вершин. Хочется (по крайней мере, рецензенту), чтобы этим простым с технической точки зрения действиям был придан какой-то смысл, который пока что, на мой взгляд, остается в тени. Кроме того, текст является трудно читаемым для человека, не занимающегося непосредственно рангами планарности, возникает ряд неотвеченных вопросов. Резюмируя все вышесказанное, считаю, что текст нуждается в доработке, которая придаст ему осмысленности, мотивации, снимет возникающие вопросы и упростит его чтение. Публикация возможна после доработки.

Рецензент