Рецензия на статью
Р.В. Бризицкий, Ж.Ю. Сарицкая
“Анализ свойств решений задач управления для уравнений массопереноса с переменными коэффициентами”

Основным результатом представленной работы является вывод системы оптимальности для задачи управления, рассматриваемой на слабых решениях краевой задачи для уравнений массопереноса с переменными коэффициентами. Система оптимальности выводится при конкретных коэффициентах вязкости, диффузии и реакции на сильных решениях краевой задачи. Обращаться к сильными решениями краевой задачи, усиливая требования на границу области и исходные данные, авторов вынуждает зависимость старших коэффициентов от концентрации вещества.

Работа с системой оптимальности имеет интересную особенность при выводе достаточных условий ее регулярности.

Сначала авторы, используя только принцип эллиптической регулярности решения краевой задачи, доказывают, что $\lambda_0 \equiv 1$, если оптимальное решение экстремальной задачи мало по соответствующим нормам (теорема 5.1).

Далее используются локальные оценки сильного решения, полученные в [20]. Их применение позволяет утверждать, что при выполнении условий малости (33) и (64) существует оптимальное решение $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{f})$, при котором система оптимальности будет регулярной (теорема 5.2).

С использованием системы оптимальности, в разделе 6 установлена релейность распределенного управления f для экстремальной задачи без регуляризации.

Полученные в данной работе результаты, как и используемые авторами методы, представляют научный интерес. Я рекомендую данную рукопись к опубликованию в СЭМИ после (самостоятельного) устранения следующих неточностей:

1) В начале раздела 5 авторы обозначают точку локального минимума экстремальной задачи через $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{f}) = (\hat{\mathbf{u}}, \hat{\varphi}, \hat{p}, \hat{f})$. По всей видимости, им следует придерживаться таких же обозначений в разделах 5 и 6.

2) Насколько я понимаю, правила журнала не сильно ограничивают размер рукописи. Тогда в формулировках теорем 5.1 и 5.2 полную запись множителя Лагранжа можно сделать одной строкой (упростит чтение), общий вид уравнения Эйлера–Лагранжа в формулировке теоремы 5.2 сделать отдельной строкой.

3) В доказательстве теоремы 5.1 все неравенства ниже (59), из которых вытекает компактность оператора $\hat{\Phi}$, должны быть записаны отдельно.

4) Работа со вспомогательной функцией $\mathbf{w}_1$ ниже (52) также представлена в излишне сжатом формате.