

## РЕЦЕНЗИЯ (повторная)

на статью В.И. Войтицкого и Д.О. Цветкова

„О малых движениях и нормальных колебаниях маятника с полостью, целиком заполненной вязкоупругой жидкостью“

Статья существенно переработана и теперь читается легче. Тем не менее в тексте остались (появились) ошибки.

Дискретный спектр = совокупность изолированных собственных значений конечной алгебраической кратности. В некоторых местах в тексте (стр. 146(3), строки 6, 9 сверху; стр. 148(5), лемма 1; стр. 161(18), теорема 2) получается тавтология.

Далее приведены критические наблюдения, некоторые существенные.

1) Опечатка на стр. 146(3) в строке 4 сверху и в строке 2 снизу.

2) Стр. 148(5), строка 8 сверху — в формуле для  $\vec{J}_0^1(\Omega_1)$  ошибка!

Лемма 1. В монографии [15] 198 страниц, желательнее указать, где именно это доказательство искать. Акцентирование внимания на гладкости границы неясно. Оператор Стокса строится и для липшицевой границы.

3) Стр. 149(6), строка 9 сверху — одно "назовем" лишнее. Строка 1 снизу — обозначение  $I_0$  пересекается с (3).

4) Стр. 150(7), строка 3 сверху — символа  $\hat{I}$  нет в приведенных выше формулах. После (14) в обозначениях неплохо бы привести формулу для  $y^0$ , указать области определения неограниченных операторов.

Строки 5, 6 снизу. "Для оператора  $\mathcal{A}$ , как можно проверить, справедливы следующие формулы:" — это неверно! Операторы, определяемые факторизациями (17), (18) и первой формулой в (16), — это два разных оператора и один является расширением другого. Множество  $\mathcal{D}(\mathcal{A})$  из (19) не является *естественной областью определения* оператора, определяемого факторизациями (17), (18).

Теперь неясно(!), что имеется в виду под  $\mathcal{A}$  в (14) и далее. Это основная нестыковка и пока она не решена, всё дальнейшее под вопросом.

5) Стр. 151(8), лемма 2. О каком  $\mathcal{A}$  идёт речь? Пояснение "Лемма 2. Идея доказательства плотной определенности основывается на известных результаты. Область определения  $L^*$  плотна тогда и только тогда, когда  $L$  замыкаем. А если  $L$  замыкаем, то  $L^{**} = L$  (если  $L$  замкнут)." не понято. Где доказано, что "Область определения  $L^*$  плотна тогда и только тогда, когда  $L$  замыкаем." ? В любом случае эти пояснения не проясняют, зачем нужно  $(\mathcal{A}^*)^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{H})$ .

Формула (20) не имеет места, т.к.  $\text{Ker} \hat{A}_{22} \neq \{0\}$ !

Фразу "Применим факторизацию (17) к оператору  $\mathcal{A}$ " лучше, наверно, заменить на "Применим факторизацию (17) оператора  $\mathcal{A}$ ". О каком  $\mathcal{A}$  идёт речь?

Не указана область определения оператора  $\mathcal{A}^*$ .

6) Стр. 152(9), строки 1, 2 снизу — неравенство неверно!

7) Стр. 154(11), строка 10 сверху — оператор  $\mathcal{C}_2$  не является двумерным.

Теорема 1. Гладкость границы зафиксирована в начале статьи. Неясно, зачем это условие писать (с ошибкой) в (24).

Строку 6 снизу лучше, наверно, вообще убрать. В ней зачем-то переопределяется обычный интеграл, причём выражением, для которого после (2) уже введено обозначение. Лучше, неверно, напомнить, что  $G = \Omega_0 \cup \Omega_1$ .

О каком  $\mathcal{A}$  идёт речь в доказательстве?

8) Опечатки на стр. 155(12) в строках 5 и 9 сверху.

Строки 19-24 сверху — проверка условий абстрактной теоремы о разрешимости фактически опущена. Учитывая наблюдение 4) про оператор  $\mathcal{A}$  в (14), желательно привести все подробности.

Утверждение "(все переходы можно обратить)" слишком сильное и требует пояснения ввиду написанного выше.

Строка 3 снизу —  $[0, T]$  или  $\mathbb{R}_+$ ?

9) Стр. 156(13), строки 2, 3 сверху — область определения оператора Стокса приведена в (10).

О каком  $\mathcal{A}$  идёт речь в (27)?

Абзац после (27) — по лемме 2 (допустим, она доказана) оператор  $\mathcal{A}$  непрерывно обратим (точнее,  $\mathcal{A}^{-1} \in \mathcal{L}(\mathcal{H})$ ), а значит, 0 не является собственным значением задачи (27). Эта задача, согласно написанному выше, и является основной. О какой именно спектральной задаче идёт речь в лемме 5?

10) Стр. 157(14) — в строке 12 сверху ошибка, т.к.  $\text{Ker} \tilde{A}_{22} \neq \{0\}$ !

11) Стр. 158(15), строка 2 сверху — "значит," лучше убрать, наверно.

Строка 7 сверху — на предыдущей странице скобками  $[\cdot, \cdot]$  определено индексовое скалярное произведение.

Опечатка в строке 17 снизу.

Формула в строке 1 снизу не имеет места ввиду наблюдения 10).

12) Стр. 159(16), строки 1, 2 снизу и стр. 160(17), строка 1 сверху — как именно из  $2\mathcal{N} + \mathcal{N}^2 \in \mathfrak{S}_\infty(\mathcal{H})$  следует  $\mathcal{N} \in \mathfrak{S}_\infty(\mathcal{H})$ ?

13) Стр. 161(18) — неясно, на основании чего формулируется утверждение теоремы 2 о дискретном спектре, ну или что имеется в виду под дискретным спектром?

С учётом приведенных замечаний считаю, что статья нуждается в существенной доработке и повторном рецензировании.