

РЕЦЕНЗИЯ

на статью В.И. Войтицкого и Д.О. Цветкова

„О малых движениях и нормальных колебаниях маятника с полостью, целиком заполненной вязкоупругой жидкостью“

Статья посвящена исследованию корректной разрешимости начально-краевой задачи о малых движениях маятника с полостью, целиком заполненной вязкоупругой жидкостью Олдройта, а также соответствующей задаче о нормальных колебаниях изучаемой системы. Тематика статьи интересная, однако написана работа весьма неаккуратно.

В интересах авторов сформулировать основные результаты статьи где-то в начале работы, например, во втором параграфе после постановки задачи, чтобы было видно, что именно доказано и о чем вообще речь.

Нет необходимости доказывать теорему 1, поскольку теорема 3 сильнее.

Далее приведены критические наблюдения.

1) Опечатка на стр. 145(2) в строке 10 снизу.

2) Стр. 146(3), строки 4-6 снизу — l зависит от точки области?

3) Стр. 147(4), строка 6 сверху — наверно, "коэффициент динамической вязкости", а не "динамический коэффициент вязкости"?

4) Стр. 148(5), строка 4 сверху — это условие или факт?

5) Стр. 148(5). Оператор A в (7) определяется на гладких функциях, затем расширяется по Фридрихсу до оператора Стокса A_0 , а затем A_0 обозначается за A . Наверно было бы лучше, если б в (7) сразу стоял оператор Стокса. А ниже про него пояснить.

6) Стр. 148(5), лемма 1 — равенство $\mathcal{D}(A_0^{1/2}) = \vec{J}_0^1(\Omega_1)$ выполняется и для менее гладкой границы.

7) Стр. 148(5), строка 12 и 9 снизу — задача (1)-(4), (7) или (1), (3), (4), (7)? Строка 8 снизу — "состоит в переходе" от какой именно задачи?

8) Стр. 148(5), строка 3 снизу — (1), (3), (7) или (1), (3), (4), (7)?

9) Опечатка на стр. 149(6) в строке 4 сверху.

10) Стр. 149(6), строки 10-11 сверху — "непрерывно дифференцируемая функция со значениями в $\mathcal{D}(A)$ " — это неверно!

10) Стр. 149(6), строка 14 сверху — здесь в (10) переписано не "(1)-(4), (7)", а уравнение (7) (с учетом (9)), уравнение (1), первое уравнение из (4), начальные условия из (3). И это все после симметризирующих замен! Желательно более точно описывать, что и как именно переписывается и преобразовывается.

10) Стр. 149(6), строка 8 снизу — l зависит от точки области? См. стр. 146(3). Опечатка в строке 1 снизу.

11) От задачи Коши (11) и до (15) —слишком много обозначений подряд, нужно пожалеть читателя. Целесообразно (10) записать сначала в виде 2-х уравнений, ввести операторные коэффициенты, а затем уже эти два уравнения записать в виде (11) и ввести соответствующие обозначения.

12) Стр. 150(7), лемма 2 — вычисления поводятся в комплексном пространстве(?), не видно знаков сопряжения в вычислениях. Лучше сначала доказать ограниченность оператора, а затем самосопряженность и положительную определенность, поскольку на первом шаге формально получена симметричность оператора и утверждаемая самосопряженность ещё под вопросом. На первом и третьем этапе не отмечается, на каких элементах проводятся вычисления.

13) Опечатка на стр. 151(8) в формуле (10).

14) Стр. 152(9), строка 1 сверху — не хватает запятой.

15) Стр. 152(9), лемма 3 — в формулировке не "является максимальным", а "является замкнутым максимальным"?

В начале доказательства нужно отметить плотную определенность оператора.

Неясно, почему "В силу определения (14) оператора A , достаточно доказать, что...".

16) Стр. 153(10), строки 1 и 2 сверху — объяснение "является максимальным аккретивным оператором (т.е. является замкнутым)" неверно. Оператор может быть аккретивным и замкнутым, однако не будет максимальным.

Строка 7 сверху — не "Докажем, что он имеет ограниченный обратный", а "Докажем, что он имеет ограниченный обратный, определенный на всем пространстве".

Опечатка в строке 9 снизу.

17) Стр. 154(11), строки 6 и 7 сверху — про область значений в лемме 3 не утверждается.

Строка 19 сверху — может быть не "Напомним", а "Отметим", так как определения решения задачи Коши (11) ранее не было. Название "сильное решение", применительно к задаче (11) не оправдано. Речь идёт о классическом решении.

Опечатка в строке 15 снизу.

18) Стр. 155(12), строка 7 сверху — почему? Есть более подробное объяснение?

Опечатка в строке 6 сверху.

Теорема 2 — индекс k выбран неудачно, возникает путаница с k раз дифференцируемыми функциями. Условие Гёльдера на отрезке $[0, T]$ расшифровано неверно. Последние 6 строчек в формулировке можно упростить — задача имеет единственное решение, выражаемое по такой-то формуле.

Строки 1 и 3 снизу — обозначение \mathcal{F} уже занято, это правая часть в (11).

18) Стр. 156(13), строка 7 сверху — сначала следует сказать, почему существует обратный оператор $(I + W_2)^{-1}$.

Строка 9 сверху — "Оператор $I + W_2$ — положительно определенный оператор", это неверно. Нужно другое объяснение.

Строка 6 снизу — хорошо бы привести вычисления.

Строка 4 снизу — операторы C_1, B_1 ранее не определялись.

19) Стр. 157(14), строки 1 и 2 сверху — в теореме 1 предполагалась C^2 гладкость границы области. В теореме 3 такого условия нет. Как именно повторять ход доказательства теоремы 1?

Строка 13 сверху и (25) — неясно, зачем нужна детализация $\vec{\omega} = P_2\vec{\omega} + P_3\vec{\omega}$. Далее это нигде не используется, а только добавляет громоздкости формулам, см. (28), после (39) в теореме 6, вторая строка в теореме 7.

19) Стр. 158(15), (26) — оператор $P_3C_{22}P_2 =: P_{3,C}$ не является самосопряженным, как здесь определяется $P_{3,C}^{1/2}$?

20) Стр. 159(16), лемма 5 — о симметричности спектра в доказательстве ничего нет.

Для каких y доказывается неравенство? Это неравенство показывает, что указанные значения λ являются точками регулярного типа оператора $\tilde{C}^{-1}\tilde{A}$ и могут не лежать в его резольвентном множестве. Здесь нужно другое объяснение.

21) Стр. 160(17) — некоторые понятия вводятся в определениях, а некоторые — нет, нет единообразия. Понятие изотропного подпространства не определено.

Формулировка леммы 6 — что значит "равносильна"?

Строки 2, 3, 4 снизу — дробная степень оператора \tilde{C} — это диагональный оператор с дробными степенями соответствующих операторов на диагонали. Тут очевидно, что дробная степень \tilde{C} (как и сам \tilde{C}) коммутирует с \mathcal{J} , а значит, в частности, является \mathcal{J} -самосопряженным оператором. В любом случае, негуманно отсылать читателя искать соответствующий факт в 600-страничной книге. Нужно указывать точное место в книге.

22) Стр. 161(18), строка 9 сверху — оператор M уже введен выше.

Строки 10 и 11 сверху — как получился такой вывод? $M = -2I + K$, где K компактен. Первое условие выполнено, а M не является компактным при этом.

В формуле (33) ошибка.

23) Опечатка на стр. 162(19) в строке 1 сверху.

Строка 5 сверху — эта часть выглядит как пояснение (34), а на самом деле поясняет последующее. Предложение в целом плохо читается.

В лемме 8 и далее — $\Phi = (\tilde{A}_{22}^{(-1)})^{-1}$, зачем плодить обозначения и путать читателя.

Строка 7 снизу — нигде ранее не сказано, что числовые коэффициенты β_k как-то упорядочены. А из этих неравенств следует, что они, оказывается, еще и различны.

24) Стр. 163(20), строка 1 сверху — "Далее, заметим, что". Этим наблюдением желательно в подробностях поделиться с читателем.

Строка 5 сверху — Может быть написать более определенно(?): Перепишем спектральную задачу $\mathcal{A}_1y = \lambda y$ в виде системы...

Строка 10 снизу — "т.е. они регулярные", этого вывода пока нет. Не доказано, что они не являются собственными значениями \mathcal{A}_1 .

25) Опечатка на стр. 164(21) в строке 10 сверху.

Перечитайте первые три строчки в формулировке теоремы 5.

26) Опечатка на стр. 165(22) в строке 5 сверху.

Строки 11 и 12 снизу — сужение оператора на конечномерное подпространство не может иметь счётный спектр.

Рассуждения следуют теореме 4.12 в [28, стр. 27-28]. Однако в [11, стр. 341-342] этот план более доступен.

27) Стр. 166(23), теорема 7 — в соседних теоремах разные обозначения для сужения оператора.

В теореме 4.13 из [28, стр. 29] написан тот же текст, только на английском. Как именно применить те же рассуждения, если в предыдущей теореме существенна компактность сужения?

28) Стр. 166(24), последняя строчка в "Заключении" — присоединённые элементы в работе не изучались, только собственные.

С учётом указанных замечаний считаю, что статья нуждается в существенной доработке и повторном рецензировании, хотя сама задача интересная и заслуживает исследования.