

Рецензия на статью Брындина Л. С. и Беляева В. А.

«hp-вариант метода коллокации и наименьших квадратов с уравнениями коллокации в корнях полиномов Лежандра»

В статье предложен новый hp-вариант метода коллокаций и наименьших квадратов (МКНК) для решения уравнений с частными производными (УЧП), содержащих старшие производные второго (уравнение Пуассона и система уравнений теории изгиба пластин Рейсснера–Миндлина) и четвертого порядков (бигармоническое уравнение). Численно проверена возможность достижения оптимального порядка сходимости разработанного метода за счёт записи условий коллокации в корнях полиномов Лежандра и соблюдении определённого соотношения между их количеством, степенью используемых полиномов и порядком производных в УЧП. Кроме того, предложен способ получения сходящегося МКНК, в котором возникают системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с квадратной матрицей в отличие от предыдущих вариантов МКНК, где СЛАУ были переопределены. Это позволило авторам, во-первых, избавиться от необходимости подбора специальных значений весовых множителей, на которые умножаются УЧП после их аппроксимации, в случае решения линейной задачи наименьших квадратов, а, во-вторых, уменьшить время решения СЛАУ. Показано существенное превосходство результатов построенного hp-МКНК по точности при сравнении с предыдущими вариантами МКНК (при одинаковой дискретизации области) и с изogeометрическим методом коллокаций (при одинаковом количестве степеней свободы).

По работе имеются следующие замечания и вопросы.

1. Стр. 145, строка 11 сверху, фраза «их hp-варианты и», по-видимому, союз «и» является лишним.

2. Стр. 145, строки 5–6 снизу, фразу «если справедливо следующее соотношение» следует заменить на «соответствующую следующему соотношению».
3. Стр. 146, строка 1 сверху, слово «функции» следует заменить на «функцией».
4. Стр. 146, строка 11 сверху, слово «аналогичные» следует заменить на «соответствующие».
5. Уравнения (6)–(8) записаны в безразмерном виде, вследствие чего в них возникли малые параметры при старших производных. Имеет смысл также записать уравнения (4), (5) в безразмерном виде.
6. В первом слагаемом уравнения (13) присутствует опечатка: верхний индекс знаменателя нужно исправить на «2».
7. Стр. 150, строка 2 сверху, текст «замечание 1 [21]» следует заменить на «замечание 1 из [21]».
8. Стр. 152, строка 6 сверху, слово «коэффициенты» повторяется дважды.
9. Для большей наглядности рекомендую к приведённым таблицам 1–5 добавить строки, содержащие средние арифметические значения измеренных порядков сходимости.
10. В нескольких местах по тексту на основе результатов расчётов авторы делают вывод, что достигнут «оптимальный порядок сходимости». В таком контексте следует утверждать «достигнут порядок сходимости близкий к оптимальному».
11. Пункт 4.2, первое предложение, фразу «решение (2), (3)» следует заменить на «задачу (2), (3)».
12. Стр. 153, строка 3 снизу, фразу «повысился на два» следует заменить фразой «повысился приблизительно на два».
13. Стр. 154, строка 4 сверху, слово «задачи» следует заменить на «задаче».
14. Стр. 154, строка 10 снизу, «hr-МКНК» следует заменить на «при использовании hr-МКНК».

15. При записи варианта КМ с квадратной матрицей на страницах 153, 155 авторы предлагают пропустить определённые (либо первые, либо последние) точки на границах между соседними ячейками при записи условий согласования. Можно ли выбирать пропускаемые точки произвольным образом? Как влияет этот выбор на качество разрабатываемого алгоритма (обусловленность СЛАУ, скорость сходимости)?
16. Стр. 156, строка 11 снизу, необходимо заменить φ_x на ϕ_x .
17. В пункте 4.4 для полноты картины целесообразно отразить поведение порядка сходимости для $t = 0.01$ в зависимости от степени полиномов и количества степеней свободы. Как будет себя вести порядок сходимости в этом случае?
18. В пункте 4.4 присутствует сравнение двух различных способов решения СЛАУ в зависимости от малого параметра (Таблица 4). Имеет смысл в этом месте также дать комментарии относительно возникающих чисел обусловленности, от которых, как хорошо известно, может существенно зависеть скорость сходимости итерационных методов. Как изменяются значения чисел обусловленности матриц СЛАУ с изменением толщины пластины?
19. Стр. 158, строка 15 сверху, фразу «тенденция уменьшения» имеет смысл заменить на «потребность в уменьшении».
20. Стр. 159, строка 11 сверху, фразу «сильно тонкой» следует заменить на «ещё более тонкой».
21. Стр. 159, строки 6–7 снизу, фразу «существенно расширяющих» следует заменить на «существенно расширяющими».

Приведённые замечания и вопросы не являются принципиальными с точки зрения качества представленной рукописи, а также не влияют на общее положительное впечатление о работе. Рекомендую статью к публикации в журнале «Сибирские электронные математические известия» после внесения исправлений по отмеченным замечаниям.