

Отзыв на работу С.В.Нагаева "ФОРМУЛЫ ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ ВОЗВРАТНОЙ ЦЕПИ МАРКОВА"

К сожалению, автор ничего не пишет о том, какие цели он преследует при написании работы. Из чтения работы можно сделать вывод, что целью автора являлся вывод формул (2) и (5). По поводу этих формул хотелось бы сказать следующее.

В учебнике Феллера, на который ссылается Нагаев, рассматривается рекуррентное событие. Пусть p_n - вероятность того, что в момент $n \geq 1$ оно произойдет, а q_n - вероятность того, что в момент n оно произойдет впервые. Для удобства полагается $p_0 = 1, q_0 = 0$ и выписываются производящие функции соответствующих последовательностей $P(z) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k z^k, Q(z) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k z^k$. Феллер (в других обозначениях) выписывает очевидное равенство

$$p_n = q_1 p_{n-1} + q_2 p_{n-2} + \dots + q_n p_0, \quad n \geq 1.$$

После этого Феллер говорит, что правая часть соответствует свертке последовательностей $\{p_n\}$ и $\{q_n\}$, и выписывает равенство $P(z) = (P(z) + 1)Q(z)$. Разрешая его относительно $P(z) + 1$ Феллер выписывает равенство

$$P(z) + 1 = \frac{1}{1 - Q(z)},$$

которое Нагаев называет формулой Феллера.

Нагаев пишет в статье, что рассматривает возвратную цепь Маркова. На самом деле его выкладки, как и у Феллера справедливы для любого рекуррентного события и без предположения возвратности. Он выписывает ту же самую формулу, домножает её на z^n , суммирует по n , в правой части меняет порядок суммирования, как это всегда делается при выводе формулы свёртки, и получает то же самое равенство для производящих функций. Правда записывает его в виде своей формулы (2), а именно

$$Q(z) = \frac{P(z)}{1 + P(z)}.$$

Феллер после вывода своей формулы делает замечание, что в ней правую часть можно разложить по степеням $Q(z)$, и после перегруппировки членов дает вероятностную интерпретацию полученного нового разложения. Нагаев в своей формуле предлагает разложить правую часть по степеням $(-P(z))$, получает свою формулу (5), и тоже приводит вероятностную интерпретацию.

Таким образом я не вижу особой разницы в идеях и результатах Феллера и Нагаева. Тем не менее, работа написана очень чётко и понятно, она занимает только две с половиной странички, и ее вполне можно опубликовать. Но при условии, что автор укажет, что нового содержится в его результатах по сравнению с результатами Феллера и в какого рода задачах это можно использовать.

PS. К сожалению, в работе имеется существенная опечатка. В формуле на последней строке страницы 1 при суммировании по n пропущен суммируемый элемент $p_n z^n$.