

Рецензия на статью А. Н. Рыбалова
“О сложности решения уравнений над
графами”

Рецензент

1-го января 2024

Работа посвящена изучению вычислительной сложности проблемы совместности систем уравнений над конечным графом. В первой части работы доказывается критерий NP-полноты и полиномиальной разрешимости данной проблемы. Во второй части работы доказывается генерическая разрешимость за полиномиальное время данной проблемы.

Работа хорошо оформлена и легко читается. Результаты представляют интерес для специалистов.

Отметим следующие замечания.

1. Хотелось бы увидеть более подробное сравнение результата из данной работы и следующими утверждениями из работы [1]:

Теорема 1. Задача проверки совместности системы уравнений S над произвольным конечным графом Γ является NP-полной задачей.

Следствие 3. Трудоёмкость алгоритма решения систем уравнений над двудольными графами, в том числе деревьями и лесами, составляет $O(k^2n(k+n)^2)$.

2. В статье используется понятие “правильная раскраска”, но определено только понятие “раскраска” графа.
3. На странице 3 в первом абзаце следует описать как поступать с уравнениями $E(x_i, x_i)$. Так как в этом случае возникают трудности с определением графа $G(S)$, так как в нём не должно быть петель.
4. Для доказательства леммы 5, можно попробовать воспользоваться известным утверждением из [2]:

Corollary. Let $G_k(n)$ be the number of graphs with n vertices and with no subgraph of type K_k . Then

$$\log_2(G_k(n)) = \frac{n^2}{2} \left(1 - \frac{1}{k-1}\right) + o(n^2).$$

5. Лемма 2 о связи раскрашивания в m цветов и существования гомоморфизма на K_m — известный результат, и следует сослаться на какой-нибудь источник, например, [3].

После исправления указанных замечаний данная работа может быть рекомендована к публикации в журнале “Сибирские электронные математические известия”.

Список литературы

- [1] Ильев, А. В., Ильев, В. П. Алгоритмы решения систем уравнений над различными классами конечных графов. Прикладная дискретная математика. 53. 2021. 89–102.
- [2] Erdos, P., Kleitman, D. J., Rothschild, B. L. Asymptotic enumeration of K_n -free graphs. Colloquio Internazionale sulle Teorie Combinatorie (Rome, 1973). 2(17). 1976. 19–27. https://www.renyi.hu/~p_erdos/1976-03.pdf
- [3] Hell, P. Algorithmic aspects of graph homomorphisms. Survey in Combinatorics, 2003.