Рецензия на статью П.Д. Лебедева, А.А. Успенского «Построение сингулярного множества функции оптимального результата в классе пространственных задач управления по быстродействию: случай целевого множества с положительной гауссовой кривизной границы»

В статье изучается один класс задач быстродействия в трехмерном евклидовом пространстве с шаровой индикатрисой скоростей и невыпуклым целевым множеством. Построение функции оптимального результата в этом классе задач сводится к нахождению негладкой функции евклидового расстояния до целевого множества. Сингулярное множество L этой функции совпадает с биссектрисой целевого множества. Согласно принятой в теории управления и дифференциальных играх классификации L является рассеивающей поверхностью: из всех ее точек исходит не менее двух оптимальных траекторий.

Работа содержит ряд новых результатов. Предложено обобщение понятия псевдовершины (особой точки целевого множества), ранее введенное авторами для плоских множеств, на случай трёхмерного пространства. Найдены соотношения, связывающие координаты псевдовершины и соответствующей ей крайней точки биссектрисы в терминах нормали к поверхности S, совпадающей с границей целевого множества, и ее главной кривизны. Также получены необходимые условия того, что точка на поверхности S является псевдовершиной. Установлено, что в указанной точке кривизна одного из двух главных сечений S достигает максимума. На основе полученных теоретических результатов предъявлен пример построения решения задачи быстродействия в виде совокупности поверхностей уровней функции оптимального результата с выделением множества их негладкости.

Результаты работы авторов могут найти применение при построении решений трехмерных динамических задач, в которых требуется вычислять евклидово расстояние до невыпуклого множества, особенно в части построения сингулярных поверхностей. Еще одной областью применения, и на это авторы указывают, является геометрическая оптика. Предложенные в работе процедуры могут быть использованы при построении обобщенного эйконала и при моделировании эволюции волновых фронтов. Кроме того, биссектриса как множество симметрии может использоваться при распознавании образов, в первую очередь при формировании так называемых «скелетов» (см. Местецкий Л.М. Непрерывная морфология бинарных изображений. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009.).

Существенных замечание нет. Считаю, что работа содержит заслуживающие внимания специалистов новые результаты и может быть опубликована в журнале «Сибирские электронные математические известия».

к.ф.-м.н., доцент Банников А.С.