

## Рецензия на рукопись статьи

### П. И. Плотникова «Rotationally symmetric solutions to compressible Navier-Stokes equations», представленной для опубликования в журнале «Сибирские электронные математические известия»

В рецензируемой статье рассматривается трехмерная начально-краевая задача для сжимаемых уравнений Навье–Стокса при предположении, что давление в жидкости  $p$  и плотность жидкости  $\rho$  связаны реологическим соотношением  $p = \rho^\gamma$  и, что входные данные и область течения инвариантны относительно вращения вокруг вертикальной оси. Доказывается существование слабых вращательно–симметричных решений начально-краевой задачи.

Первые нелокальные результаты в математической теории трехмерных сжимаемых уравнений Навье–Стокса были получены Р.-Л. Lions. Он доказал существование слабых решений нестационарной краевой задачи с функцией давления  $p(\rho) = \rho^\gamma$  для значений показателя адиабаты  $\gamma > \frac{5}{3}$ . Позднее Е. Feireisl, А. Novotny и Н. Petzeltova доказали существование слабых решений для всех  $\gamma > \frac{3}{2}$ . Для  $\gamma \leq \frac{3}{2}$  вопрос о разрешимости задачи с критическим и субкритическим  $\gamma$  остается открытым. Основной трудностью здесь является так называемая проблема концентраций. Она вызвана тем, что при критических и субкритических значениях показателя  $\gamma$  конечная энергия может концентрироваться в сколь угодно малых областях пространства. Данная проблема изучена слабо. Недавно Xianpeng Hu были оценены Хаусдорфова и параболическая размерности носителя меры дефекта. Отсутствие концентраций в критическом случае  $\gamma = \frac{3}{2}$  доказано П.И. Плотниковым. Структура множества концентраций может быть очень сложной. Поэтому в статье рассматривается случай вращательно-симметричных течений.

Частными случаями вращательно-симметричных решений являются аксиально-симметричные решения с нулевой азимутальной компонентой скорости и радиально-симметричные решения, в которых плотность  $\rho$  и скорость  $\mathbf{u}$  зависят только от  $|\mathbf{x}|$ . В радиально-симметричном случае существование глобальных слабых решений для всех показателей адиабаты  $\gamma > 1$  было доказано S. Jiang, P. Zhang. Аналогичные результаты для аксиально- и винтово-симметричных решений были доказаны в работах S. Jiang, P. Zhang и W. Sun, S. Jiang, Z. Guo. Однако полученные решения определены только в области течения с проколотой осью симметрии. В работе В. Вайганта, П.И. Плотникова доказано существование вращательно-симметричных решений для всех  $\gamma > \frac{7 + \sqrt{73}}{12}$ .

Краевой случай изотермических течений с  $\gamma = 1$  пока мало изучен. В статье этот пробел восполняется. Доказывается существование слабых вращательно-симметричных решений трехмерной начально-краевой задачи для сжимаемых уравнений Навье-Стокса в случае изотермических течений с  $\gamma = 1$ .

Изложенные в статье результаты являются актуальными и корректными. Их достоверность подтверждается полными доказательствами. Доказательства изложены ясно и достаточно подробно. Статья может представлять интерес специалистов в области уравнений динамики сжимаемой вязкой жидкости. На основании вышеизложенного, считаю, что статья П. И. Плотникова «Rotationally symmetric solutions to compressible Navier-Stokes equations» может быть опубликована в журнале «Сибирские электронные математические известия».

Рецензент