

Положительные элементы и достаточные условия разрешимости проблемы вхождения в подмоноид нильпотентной группы класса два

В.А. РОМАНЬКОВ

Positive elements and sufficient conditions for solvability of the submonoid membership problem for nilpotent groups of class two

V.A. ROMAN'KOV

Аннотация. За последние 20–25 лет обозначилась плодотворная связь между теорией групп и компьютерными науками. Значительное внимание стало уделяться алгоритмическим проблемам теории групп в виду открывшихся их приложений. Кроме традиционных вопросов разрешимости стали изучаться вопросы сложности и эффективной разрешимости. В данной работе представлен краткий обзор этой области исследований. Рассматриваются алгоритмические вопросы связанные с рациональными подмножествами групп – естественным обобщением регулярных множеств, т.е. формальных языков, имеющих прямое отношение к компьютерным наукам. Рассмотрена проблема вхождения в конечно порожденные подмоноиды свободных нильпотентных групп, привлекающая внимание ряда исследователей в последние годы. Показано, как аппарат подмножеств положительных элементов позволяет получить достаточные условия разрешимости этой проблемы в случае класса нильпотентности два. Замечим, что автором анонсировано отрицательное решение этой проблемы для свободной нильпотентной группы класса два достаточно большого ранга (полное доказательство находится в печати). Тем самым дан ответ на известный вопрос Лори-Стейнберга о существовании конечно порожденной нильпотентной группы с неразрешимой проблемой вхождения в подмоноиды. В виду этого результата нахождение достаточных условий для разрешимости этой проблемы для нильпотентных групп класса два является актуальной задачей.

Ключевые слова: нильпотентная группа, проблема вхождения в подмоноид, рациональное множество, положительные элементы, разрешимость.

Keywords: nilpotent group, submonoid membership problem, rational set, positive elements, solvability.